Wolfgang W. Daeumler

DornTorus 2 (www.dorntorus.de)

Vorspiel

Das Abenteuer ‘Pocalis’ ist zu Ende. Unvollendet. Nach weniger als zwei Jahren hatte das Spiel begonnen, die Regeln zu diktieren, hatte die Natur mit schriller Dissonanz gesiegt über den vulnerablen Takt der Harmonie eines Traumtanzpaares - die Natur des Landes, der Berge und Bewohner, die Natur der Sache und - alles besiegelnd - die der eigenen, noch verbliebenen Zwänge. Das treue Schiff, die funtom, hatte all die Zeit segelbereit auf den Eintritt dieses Falles gewartet, brachte uns weg von der Insel und außer Landes, hierher an den sichersten Ort dieser Weltregion. Draußen, auf See, löst in diesem Jahr ein Unwetter das andere ab - hier, Sandbänke der Mündung und enge grüne Schluchten des Küstengebirges hinter uns, fünfzig Kilometer flußaufwärts, im stillen klaren Süßwasser des Izabalsees, machen wir den Wirbelstürmen lange Nasen. Hier hab’ ich Ruhe, habe ‘Pocalis’ gegen ‘Zeit’ eingetauscht. Als erstes sondiere ich die angefallenen Arbeiten meines gestiefelten Katers, entspanne und zerstreue mich mit mathematischen Spielereien, schreibe ein Computerprogramm zum Zeichnen von Torusknoten und anderen unnützen Dingen. Dinge allerdings, die ich zum Thema erheben will: es geht wieder um Überlagerung von Rotationen und Schwingungen sowie die Kombination mit Wulstumdrehungen ringförmiger Figuren, speziell des „Dorntorus“. Erstaunlichste Analogien zu physikalischen Strukturen, zudem von bestechender Einfachheit, tauchen ja dabei auf! ... Mein QBasic-Grafikprogramm Rotation, noch in dreidimensionalem Koordinatensystem formuliert, wird allerdings durch die notwendig werdende Erweiterung mit komplizierten Drehmatrizen recht umständlich und entsprechend langsam. Ein neues Konzept, mit komplexzahligen Toruskoordinaten und komobilen Gauß’schen Ebenen, bringt besseren Erfolg, zumal ich ein wenig geübt bin, in solchen Koordinaten statt in den kartesischen des dreidimensionalen Raumes zu denken. Mit ihrer Hilfe sind Zusammenhänge leichter zu durchschauen und Assoziationen zwischen bildlicher Vorstellung und algorithmischer Formulierung für den Rechner einfacher herzustellen. Mehr als zwanzig verschiedene Rotationen lassen sich in Form mitrotierender Ebenen überlagern, mathematisch in einer *einzigen* Funktion für Amplituden- und Frequenzmodulation einfach als Arithmetik komplexer Zahlen ausdrückbar. Das Programm wird dadurch recht übersichtlich, der mathematische Kern wenige KByte lang, der Eingabemodus bedienfreundlich und die eingebauten Funktionen so allgemein, daß zu meiner eigenen Überraschung und großen Freude alles, was irgendwie nur im entferntesten mit Tori (bestehe auf diesem Plural) zu tun hat, gezeichnet werden kann und zwar in jeder Perspektive, mit reichhaltiger Palette an Oberflächengestaltung, Farbgebung und diversen Variationen. Und - es scheint geeignet, noch unentdeckte Phänomene aus meiner „Dorntoruswelt“ assoziationsbildend zu illustrieren.

Torusknoten

Das Bild auf dieser Innenseite ist eine Kopie. (Anm.: Die ursprünglich gedruckten Bilder erscheinen hier im Web als Links. Dieses hier ist als „Torusknoten beißt sich in den Schwanz“ zu finden.)

Das Original, makellos ausgearbeitet und raffiniert farbig gestaltet, stammt von Stewart Dickson - Copyright hält ‘The Post Group’, Hollywood - und fand zusammen mit etlichen anderen hervorragenden Arbeiten desselben Autors Eingang in eine Computer-Grafik-Galerie der Firma Wolfram Research, Champaign/Illinois, mit der für das preisgekrönte mächtige Software-System ‘Mathematica’ geworben wird. Fasziniert von der Brillanz und Aussagekraft solcher mit ‘Mathematica’ produzierten Bilder, mache ich mir nach intensivem Betrachten der gewundenen Röhren und Einfühlen in ihren dynamischen Berg-und-Tal-Raum Gedanken über Möglichkeiten, derartiges selbst zu programmieren. Das Prinzip des Aufbaus der Schlaufen und Knoten ist einfach (in Toruskoordinaten wohlgemerkt, d.h., wenn man die Fesseln der dreidimensionalen Vorstellung abgestreift hat), und schon bald windet sich ein Torus zum Knoten auf den Bildschirm. Für den Fall, daß ein Copyright relevant werden könnte, verzichte ich auf ganz exakten Nachbau und die originale ausgeklügelte Farbgebung (besitze ohnehin keinen Farbdrucker - oder vielmehr, in diesem Drittweltland, meist keine tropentaugliche Tinte dafür), übe mich statt dessen ein wenig in der „künstlerischen Freiheit" des Programmierers und Tastaturbedieners, um diesen Mangel durch Variation und Verfremdung der Torusoberfläche auszugleichen. Alle Bilder sind mit demselben (!) Algorithmus - nicht mit 'Mathematica' - jeweils in einem Zug (wie dieses erste) oder in ganz wenigen Schritten gezeichnet und als Bildschirm-Abzug per MS-DOS (daher nur VGA-Auflösung) direkt auf den Drucker geleitet. Durch Speicherung einiger weniger Parameter (ca. 15 bis max. 40 Zahlen und Zeichenketten, Speicherplatz weniger als 1 KByte) bleibt jedes Bild reproduzierbar und sofort abrufbar. (Anm.: Bezieht sich auf ursprünglichen Druck! Inzwischen - zwei Jahre später - ist meine Ausrüstung auf dem neuesten Stand und beliebige Auflösung möglich.)

Um eine ganz andere Art Torusknoten geht es im folgenden!

Es geht um den Knoten, in dem sich unser gesunder Menschenverstand verfangen hat, den Knoten, der verhindert, daß wir mit anderen Räumen als dem gewohnten dreidimensionalen der Anschauung ebenso selbstverständlich umgehen können, den Knoten, der bis heute verhindert hat, daß eine einheitliche Beschreibung der Welt in Form „grundlegender Naturgesetze" formuliert werden konnte, ohne viele unbeantwortete Fragen, ohne tiefe ungelöste Rätsel zu hinterlassen. Um auch nur einen Versuch zu starten, diesen Knoten zu entwirren, müssen wir gleichsam rückwärts aus seinen Schlaufen schlüpfen . . . Die Bilder der folgenden (Rück-)Seiten - mehr nach ästhetischen Gesichtspunkten ausgewählt und meist ohne unmittelbar erkennbaren Bezug zum Text - sind „spin-offs" der Übung für diesen spannenden Entfesselungstrick.

Worum geht's ? Was wird hier gespielt ?

Wir haben eine hervorragende Physik, die - *fast* - alles leistet, was wir von ihr verlangen. Die Einzeltheorien sind gut ausgedacht, die Rechenmethoden ausgefeilt und physikalische Größen dank moderner Techniken - im übrigen auch Physik - mit höchster Präzision bestimmbar. Muß denn diese Physik noch verbessert werden? Was steckt hinter dem *„fast"*? Lohnt sich dafür größerer Aufwand?

Als Quelle philosophischer Erkenntnis scheint die Physik ohnehin ausgereizt zu sein: Je mehr physikalische Realität offengelegt wird, desto verworrener und undurchschaubarer werden die metaphysikalischen Erklärungen und philosophischen Deutungen. Immer mehr setzt sich die Einsicht durch oder es gilt sogar als bewiesen, daß eine allumfassende Realität nicht - nicht einmal näherungsweise - mit unseren Sinnen und Denkstrukturen erfaßt und prinzipiell auch nicht vollständig beschrieben werden kann. Ist es dann nicht gleichgültig, wo wir die Grenzen für Erkenntnis ziehen? Wozu weitere Mühe?

Viele - pragmatisch orientierte - Physiker haben die Grenzen für sich gezogen, erhalten sich dadurch den notwendigen Enthusiasmus, fehlende Details auszuarbeiten. Und dies mit größerer Aussicht auf Erfolg als zu versuchen, Erweiterungen der physikalischen Realität in ein konsistentes, erkenntnisphilosophisch geprägtes Weltbild einzubauen. Denn bei Interpretationsversuchen tritt man - trotz spektakulärer und vielversprechender Ansätze - wie seit Jahrzehnten auch heute noch auf der Stelle. Wie kommt das? Sind Natur„gesetze" zu raffiniert verschlüsselt, um den - möglicherweise einfachen - Code knacken zu können? Oder steckt ein systematischer, unerkannter Fehler in den Vorgehensweisen?

Ich neige zu letzterer - hoffnungsvollerer - Möglichkeit, möchte versuchen, einen solchen systematischen Fehler zu identifizieren und gleichzeitig - in Form eines Gedankenspiels - eine Alternative anbieten, ihn zu umgehen. Denn mir persönlich, wie wohl der Mehrheit derer, die sich darüber Gedanken machen, gefallen die gängigen philosophischen Deutungen der meßbaren Realität, wie sie aus Sicht der Physiker zwingend folgen, *nicht*. Sie sind unvollständig, widersprüchlich und abstrus. Und genau hierum geht's!

Um diese Abstrusitäten nicht akzeptieren zu müssen, strebe ich nach einem konsistenten Naturverständnis, das schon mit bescheidenen mathematischen und physikalischen Kenntnissen erreicht werden kann. Lösungen, die das Prädikat „Einfach“ verfehlen - wie beispielsweise das hervorragende und möglicherweise auch vollständige Gedankengebäude „Superstrings“, schließen sich daher aus. Uns Außenstehenden wird es immer als Spielburg tapferer Formelritter und Kletterwand verstiegener Zahlenakrobaten erscheinen.

Spiel„raum“, Spiel„feld“ - „falsches“ Spiel ?

Zwingend sind die philosophischen Folgerungen der Physiker nur, wenn die konzeptionellen Voraussetzungen beim Erstellen ihrer Theorien ausnahms- und alternativlos wahr sind. Doch in Wirklichkeit sind Vorstellungen von physikalischen Entitäten, Größen und Begriffen sowie deren Identifizierung mit - allzuoft illusionären - mathematischen Strukturen in allen Bereichen noch immer dicht durchsetzt von ungenügend reflektierten Gewohnheiten, vermeintlichen Selbstverständlichkeiten, inadäquaten ad-hoc-Axiomen und unerkannten Engrammen der Denkabläufe.

Das hinderlichste, hartnäckigste und am wenigsten als solches erkannte - daher unausrottbare - Engramm ist der dreidimensionale Raum der Anschauung, wie er der Vorstellung jedes Raumes zugrunde liegt, in dem eine physikalische Realität abläuft. Er scheint der einfachste Rahmen, in dem Naturgesetze zu formulieren sind oder in den Naturgeschehen einzubetten ist, decken sich seine Eigenschaften doch auffallend mit unseren angeborenen und erlernten Denkschemata. In Wahrheit ist er bereits ein mächtiges, höchst komplexes und kompliziertes mathematisches Gebilde, weit entfernt von der Einfachheit, die Voraussetzung für Abstraktionsversuche sein sollte. Seine Merkmale Linearität und Kontinuum sowie Punktförmigkeit der Elemente („Raumpunkte“) kennzeichnen ihn als mathematisches Konstrukt sehr hohen Axiombedarfs (deutlich über 20 erforderliche Axiome), was nahelegt, daß seine komplexen Eigenschaften nicht fundamental sein können und in der Natur *a priori* nicht vorkommen, also weder der Begriff „gerade Linie“ noch irgendeine Vorschrift oder Struktur, die jede „beliebig kleine Umgebung eines Raumpunktes“ mit weiteren Raumpunkten füllt. Ein anderer - wichtiger - Nachteil ist, daß er keine *natürliche* Metrik besitzt. Man muß - völlig willkürliche! - Größen und Methoden einführen, um den Raum vermessen zu können. Und dieses Vermessen, streng innerhalb des notwendigerweise schon reichhaltigen Axiomensystems definiert, ist wiederum eine sehr komplexe Vorschrift bzw. sogar, wenn man *alle* dabei benutzten Engramme aufspürt und ausmerzt, logisch konsistent überhaupt nicht definierbar! Zudem bleiben in einem nicht selbstmetrisierenden Raum Ursachen für die Werte dimensionsloser Naturkonstanten auf alle Zeiten im Dunkeln.

Bild „Kartenhaus - Raum und Felder“ (Anm.: Die eingestreuten Illustrationen - von artmetic - haben keinerlei physikalische Bedeutung!)

Eng verknüpft mit dreidimensionalem Raum ist der Begriff und die Vorstellung des „Feldes“. Zwar vertritt die Mehrheit der Physiker noch immer sehr wirksam das Diktum, jede ernstzunehmende Theorie für Alles müsse eine (Quanten-) Feldtheorie sein, doch der diesbezügliche philosophische Output rechtfertigt, sich diesem Zwang *nicht* zu unterwerfen. Denn genau dieser, dem Engramm „dreidimensionaler Raum“ entsprungen, führt zum „falschen“ Weg!

Vorgabe

Der stetige, gleichförmige, geradlinige ist *ein* Weg. Er fordert zu akzeptieren, daß die Welt so ist, wie wir sie kennen. Regeln und Gesetze existieren. Sie sind zu befolgen. Und das Ziel liegt immer recht voraus. Ein *anderer* ist der unstete, sprunghafte, vielfach verwundene. Wer ihn einschlägt, kennt kein Ende und kein Ziel, nicht einmal die Richtung. Aber er kennt die Regeln!

Denn ständig hin und her gestoßen, ständig abprallend an den geraden Tangenten, an den stetigen Wegen, erlangt er bald ein sicheres Gespür für Regeln und Gesetze, die ihn bestimmen. Will ich sie erkennen, wähle ich diesen Weg. Will ich Natur verstehen, entscheide ich mich im Widerstreit zwischen Stetigkeit, Kontinuum, Linearität und Lokalität einerseits und deren jeweiligem Gegenteil für letztere.

Bild „vielfach verwundener Weg"

Mit dieser Vorgabe beginne ich das Spiel. Es ist ein Spiel der Gedanken, mit dem ich versuchen will, zu anderen Vorstellungen von Raum, vom Wesen physikalischer Begriffe und damit zu einer anderen Sicht der Realität, zu einem anderen Bild der Welt zu gelangen. Doch, halt, hochtrabende Worte sind nicht mein Metier, Weltverbesserer oder auch nur „Physikverbesserer" kann und will ich nicht sein, spiele dieses Spiel aus purer Lust am Spielen, spiele nur für mich, hier auf meinem Schiff, in fremdem Land, meinen langen Jugendlieblingstraum ein wenig weiterträumend . . .

. . . Heute stehen mir die Haare zu Berge, wenn ich mich daran erinnere, wie fest ich an Naturgesetze glaubte, deren erhabene Existenz unzweifelhaft und heilig war. - Den Glauben habe ich längst verloren, die Gesetze sind nicht mehr heilig, ich ihnen nicht mehr treu und neben dem abenteuerlichen Spiel des Lebens und den spannenden Spielen der Gedanken zählt nur noch eigenes Erkennen der Spielregeln und Spaß am Begehen von Sakrilegien. Mit Vergnügen schließe ich mich der in manchen Fachkreisen praktizierten Bestimmtheit des Vortragens an und möchte alle folgenden Arbeitsthesen - Spielregeln, wie ich sie nenne - als Feststellungen verstanden wissen und nicht als bescheidene Vorschläge! Auch muß ich mich im *Spiel* weder penibel über Rechtfertigungen der Semantik oder Darlegung der philosophischen Herkunft ergehen noch brauche ich eine lange Liste über eventuell schon Vorgedachtes anzugeben. Der Zweck bestimmt (heiligt?) die Mittel! Und das Spiel kann beginnen . . .

Spiel - Vorgabe :
Der systematische Fehler bei der Formulierung einer Fundamentalen Physik ist die Zugrundelegung des dreidimensionalen Raumes der Anschauung.

Das Spiel: Spielregeln

Spielregel 0 :
Dimensionszahl ist keine physikalische Größe.

Die Anzahl der Dimensionen des physikalischem Geschehen zugrundeliegenden Raumes ist weder Naturkonstante noch Variable! Aus physikalischen Erscheinungen läßt sich auch nicht erschließen, in wieviel Dimensionen eine *„Fundamentale Physik"* zu formulieren ist. Zwar können begrenzte *Teilgebiete* bekanntlich in Räumen bestimmter Dimensionszahl vollständig beschrieben werden: Newtonsche Mechanik in 3, relativistische Physik in 4, Elektromagnetismus enthaltend in 5 (Kaluza-Klein), einheitliche Feldtheorien auf Basis des Standardmodells in 10, Stringmodell in 26 Dimensionen, doch für eine Fundamentale Physik muß obige nullte Spielregel etwas umformuliert werden zur

Spielregel 1 :
Dimensionalität ist kein physikalischer Begriff.

Sie ist nur eine Charakterisierung des gewählten Formalismus zur Beschreibung physikalischer Erscheinungen, d.h. nur die Auswahl eines speziellen mathematisch fixierten *Bildes*, sprich Vektorraum*modells*, in das erfahr- und meßbare Phänomene als physikalische Realität *projiziert* werden.

Eine unprojizierte, übergeordnete Realität - eine Fundamentale Physik - benötigt *diese* Krücke nicht! In meinem Modell - *meiner* Krücke - will ich auf den Dimensionsbegriff im üblichen Sinne ganz verzichten, mich also vom Raum der Vorstellung und überhaupt von linearen Räumen gänzlich verabschieden. Später dann, wenn Konsistenz in dem *einfacheren* Rahmen erreicht ist, kann immer noch auf Räume beliebig vieler Dimensionen projiziert werden - auch auf den linearen Orts-Raum der Anschauung.

Verzicht auf Linearität bezieht sich wohlgemerkt nur auf den „Raum", den mathematischen Rahmen, nicht auf das Verhalten von Variablen, Funktionen und Zuständen. Lineares *Verhalten* - Grundlage der quantenmechanischen Formalismen brauche ich nicht zu verwerfen, denn es kann in beliebigen, also auch nichtlinearen Räumen auftreten. Spielregel 1 fordert Alternative und ein

> *Programm :*
> ***Endziel dieses Gedankenspiels ist das Auffinden und die Verifizierung des einfachst möglichen (axiom-minimierten) geometrisch-mathematischen Modells, das apriori-Eigenschaften besitzt, die genügend komplex und geeignet sind, Entitäten einer Fundamentalen Physik zu repräsentieren.***

Wie der erste Teil des Ziels - das Auffinden - erreicht wird, spielt keine Rolle, denn einem funktionierenden Denkmodell tut es keinerlei Abbruch, nicht streng induktiv entstanden zu sein. Den Weg muß ich also nicht nachvollziehen, sondern kann einfach aus S.Y. Funtom (1996) den Schlüssel zu allen weiteren Spielregeln übernehmen - den „Dorntorus". (Er paßt in alle Schlösser...!) Teil zwei des Ziels besteht darin, die im dreidimensionalen Raum definierten und formulierten Eigenschaften *physikalischer* Strukturen und Begriffe im zu prüfenden einfacheren (axiom-minimierten) Modell wiederzufinden, zunächst nur dem Prinzip nach, als Möglichkeit, Analogien zu den *mathematischen* Strukturen und Eigenschaften des neuen Rahmens ziehen zu können und dann - im Erfolgsfall - diese Analogien im einzelnen zu identifizieren und als Aussagen über die physikalische Realität auszuarbeiten. Dies *wird* Arbeit machen, aber zweifellos auch Spaß und Freude!

Die Spielregeln sollen nicht selbst Bestandteil des gesuchten Modells sein, also keinesfalls Axiome. Sie sind Einzeletappen des Programms, sind lediglich Wünsche an ein anderes Modell der physikalischen Realität, das mit möglichst wenigen apriori-Eigenschaften des mathematischen Rahmens und mit möglichst wenigen sonstigen konzeptionellen Voraussetzungen auskommen soll. Konsequenter Ausdruck eines solchen Wunsches und zugleich Maximalforderung an die Einfachheit der angestrebten Naturbeschreibung ist folgende

> *Spielregel 2 :*
> ***Eine Fundamentale Physik kennt nur eine einzige fundamentale Entität.***

Dies ist natürlich zunächst willkürliche Hypothese/Arbeitsthese und soll *die* Realität auf *eine* mathematische Menge reduzieren. Soll heißen: Die gesamte physikalische Realität - mit Hilfe eines ausgewählten Modells in unser Bewußtsein abgebildet - ist in einer einzigen Menge von Elementen der gleichen Art enthalten. Und gleiche Art meint: Jedes Element hat dieselbe Ausprägung von Eigenheiten, die mit dem „Sortiment" möglicher, denkbarer, mathematisch oder sonstwie innerhalb des Modells beschreibbarer Merkmale unterscheidbar sind. Kein Element der Menge hat andere oder zusätzliche Eigenheiten. So geartete Elemente nenne ich Entitäten. Der Plural weist also nicht auf qualitativ unterscheidbare Elemente hin, sondern gibt nur an, daß die Menge aus mehr als einem Element besteht. „Fundamentale" Entität meint nicht „grundlegende Eigenschaft", die mit dem semantischen Repertoire des ausgewählten Modells der Beschreibung nicht weiter zu zerlegen ist, steht mehr für eine „abgeschlossene, zusammenhängende Einheit" innerhalb des Modells, die aber beliebig viele und beliebig komplexe Eigenschaften besitzen darf.

(In der Häufung abstrakter Definitionen zur Begriffsbildung sehe ich außer der grundsätzlichen keine Schwierigkeit. Logische Konsistenz ist eben mit umgangssprachlichen Mitteln nicht möglich. Aber darauf kommt es außerhalb des angestrebten Axiomensystems auch überhaupt nicht an, und ich will auf solche Unzulänglichkeiten nicht jedesmal hinweisen. Philosophische Haarspalterei ist bei Erkenntnisprozessen eher hinderlich, kann leicht dazu führen, das ursprüngliche Ziel - dem Selbstzweck opfernd - aus den Augen zu verlieren.)

Bild „Knospe der Entität"

Diese abgeschlossene, zusammenhängende Einheit *muß* eine Struktur besitzen, *muß* schon für sich allein komplex gestaltet sein für ihre Potenz, zusammen mit den anderen (gleichartigen!) Entitäten die ganze, ungeheure Vielfalt einer physikalischen Welt erzeugen zu können. Die Forderung der Spielregel 2 ist zwar etwas weich formuliert, darf und soll aber durchaus so verstanden werden, daß die Entitäten das *einzige* sind, aus dem eine Fundamentale Physik besteht. Die stärkere Formulierung, nämlich daß sie ihren Raum selbst bilden, den Rahmen, in dem sie ihre Komplexität entfalten, übernehme ich in eine folgende Spielregel, um eine einzelne Etappe nicht zu weit zu spannen. Es wäre allerdings nichts gewonnen, wenn ich nur einen präexistenten Raum, verglichen mit dem dreidimensionalen, einfacher gestalte, dafür aber die enthaltenen Entitäten mit viel komplexeren Eigenschaften ausstatte, als es in herkömmlichen Beschreibungen notwendig ist. Nein, der Gedanke ist, solche Eigenschaften in mathematischen Strukturen zu suchen, die sich zwar als einfacher Algorithmus ausdrücken lassen, dessen Lösungen sich aber vielfältig verzweigen, dessen Ergebnis nach Einsetzen von Zahlen (Vorsicht, Fallstrick! Komme darauf zurück) in den Algorithmus sich in so hohe Komplexität aufsplittert, daß „Alles", auch Raum, darin enthalten ist. Die Suche nach einer mathematischen Struktur mit solchen Eigenschaften ist das

Etappenziel 2 :
Auffinden von Strukturen oder apriori-Eigenschaften innerhalb des ausgewählten axiom-minimierten Modells mit der Inhärenz hoher Komplexität der enthaltenen Gesetzmäßigkeiten.

Die ganze Sache klingt bisher recht akademisch gestelzt und in Anbetracht allen vorbestehenden Wissens, das - beileibe nicht verworfen! - nur eben hier im Spiel nicht uneingeschränkt als Vorgabe benutzt werden soll, ziemlich anmaßend. Wäre es auch, stünde nicht diese „handfeste" Vorstellung dahinter, auf die ich zusteuere, die geometrische Figur, die in ihrer Komplementarität „Einfachheit versus Komplexität" nicht zu überbieten ist. Ihrer Einfachheit wegen wurde sie nie beachtet, ihre Komplexität deshalb völlig übersehen.

Mit dem Herausbilden einer Vorstellung von dieser Figur, mit dem Erkennen der geometrischen - genauer: geometrodynamischen - Eigenschaften des Dorntorus, ist Etappenziel 2 bereits erreicht. Das Aufstellen der weiteren Spielregeln ist dann ziemlich festgelegt, eher ein Erkennen als Erfinden. Wie im richtigen Leben diktiert das Spiel die Regeln! Und wie im richtigen Leben wandeln sich Wünsche manchmal unvermittelt und unerwartet in realisierbare Möglichkeiten. Im Spiel ist es der nun erfüllbar scheinende Wunsch, die Vereinfachung auf die Spitze treiben zu können und die notwendigen Zutaten für eine Fundamentale Physik noch weiter zu reduzieren - hier in Form der

Spielregel 3 :
Die fundamentale Entität wird durch eine einzige (a priori) Eigenschaft vollständig beschrieben.

Wir werden, wenn wir alle drei Etappen durchgespielt haben, mit nur drei Spielregeln bereits bei der Minimalausstattung der Welt angelangt sein! Einer überreichen Welt, die ihren verschwenderischen Luxus allein aus dem asketischen Umgang mit Regeln und Gesetzen schöpft. Solch ein Kunststück müssen wir - zumindest im Ansatz - nachvollziehen, wollen wir aus den wenigen Zutaten - mit einer einzigen Eigenschaft - das Modell einer kompletten Physik aufbauen. Diese eine Eigenschaft in der Menge aller bei Etappe 2 aufgefundenen gesetzmäßigen Strukturen der Dorntorus-Geometrie aufzuspüren und im Vorgriff auf die weiteren Spielregeln herauszufiltern, ist das

> *Etappenziel 3 :*
> ***Auffinden einer Eigenschaft (des Dorntorus), die zu umfassenden Aussagen über das Verhalten einer (physikalischen) Entität herangezogen werden kann.***

Natürlich kann dies nicht rein deduktiv erreicht werden. Man kann nicht aus mathematischen Eigenschaften zwingend eine physikalische Realität ableiten. Nicht jede mathematische Aussage hat eine Entsprechung in der Natur. Nur vom umgekehrten Schluß bin ich, sind wohl alle „Realisten" unter den Physikern überzeugt, und ich gehe davon aus: Physikalische Entitäten und Phänomene haben stets Entsprechungen in mathematischen Aussagen.

Ziel ist nun, die *notwendige* Palette solcher mathematischen Aussagen auf ein Minimum zu beschränken und das „Verhalten" der physikalischen Entität auf ein zusammenhängendes, in sich abgeschlossenes System von Aussagen zurückzuführen, d.h. die Entität mit einer einzigen Eigenschaft, die durch eben dieses System definiert ist, zu identifizieren.

Wie weitgehend der Wunsch nach Reduktion ist, verdeutlichen nochmals die beiden folgenden Spielregeln. Sie sind zwar redundant in den bisherigen enthalten, sollen aber als eigenständige Regeln herausgeschält werden, um den Gedanken klarer darzustellen und das weitere Vorgehen zu erleichtern. Dieses entspricht am ehesten der Methode „Versuch und Irrtum", immer zwischen zu prüfenden mathematischen Aussagen und physikalischen Erfordernissen, wie man sie haben will, hin und her springend, wobei jeweils die Ausschlußkriterien der Spielregeln zu beachten sind.

> *Spielregel 4 :*
> ***Das Verhalten einer Entität wird von einem einzigen Prinzip bestimmt.***

> *Spielregel 5 :*
> ***Verhalten der Entität und steuerndes Prinzip bilden die (a priori) Eigenschaft der Entität.***

Die gesuchte Eigenschaft ist also aus zwei Komponenten zusammengesetzt, die ein und demselben Aussagensystem entspringen. Zum einen haben wir das „Prinzip", den Algorithmus oder das „Naturgesetz", zum anderen das Verhalten, die Lösungen des Algorithmus oder die dem Algorithmus unterworfenen Variablen, die als „physikalische Größen" in Erscheinung treten bzw. als „physikalische Objekte" gedeutet werden können. Beide Komponenten zusammen bilden die abgeschlossene zusammenhängende Einheit, welche die Entität ausmacht. Prinzip und Verhalten sind untrennbar miteinander verbunden. Ohne Prinzip gibt es kein beschreibbares Verhalten - oder: - Verhalten ist stets Äußerung eines zugrundeliegenden Prinzips. Dies ist nichts anderes als die gewohnte Sichtweise des „Realisten". In globalem Zusammenhang erscheint dasselbe als zehnte und letzte Spielregel. Ich nehme sie hier vorweg: „Naturgesetze und Physikalische Objekte sind untrennbare Einheit." Sie sind ein und dasselbe! ... Ein neues Etappenziel ergibt sich nicht durch die beiden letzten Spielregeln, da sie nur die Folgerungen aus der Spielregel 3 wiederholen und zur Verdeutlichung noch einmal besonders hervorheben.

Bild „Palette des Reduktionisten"

Wir stehen - nach der Hälfte der Spielregeln - am Übergang von abstrakten Überlegungen, die noch nichts mit physikalischen Deutungen zu tun haben, zur Physik selbst, um die es letztendlich gehen soll. Ich will ja auf physikalische Objekte und physikalische Gesetze hinaus.

Es sind viele Objekte mit noch mehr Gesetzen! - Ein reiches Reservoir für den Reduktionisten, den ich spiele. Ich will mich auch mit nicht weniger zufrieden geben als mit dieser folgenden

Spielregel 6 :
Das Verhalten einer Entität wird durch nur eine einzige physikalische Größe repräsentiert.

Die Bezeichnung „Verhalten" ist ohne nähere Erläuterung aufgetaucht. Umgangssprachlich ist zwar klar, was das Wort meint, physikalische Bedeutung hatte es aber vor dieser Spielregel 6 nicht. (Falls es nicht auffiel, ist man einem typischen Engramm aufgesessen.) Ein Verhalten zeigt nur, was als Objekt in eine Gesamtheit eingebettet ist. Eine einzelne Entität „verhält" sich nicht irgendwie, sie *ist* einfach, hat vielleicht Eigenschaften, aber es ist ohne Sinn, von ihrer Veränderung zu sprechen oder von ihrem „Verhalten". Bei Gebrauch des Wortes greift man schon weit vor und setzt dieses Eingebettetsein in eine Gesamtheit stillschweigend voraus. Jetzt, da es um Physik geht, um physikalische Objekte, die tatsächlich in eine physikalische Welt eingebettet sein sollen, um physikalische Größen, die durch Meßbarkeit von Objekten und durch Veränderbarkeit ihrer Eigenschaften überhaupt erst entstehen, jetzt kann man von Verhalten sprechen. In dem Sinne nämlich, daß es unterscheidbare Bedingungen gibt, unter denen unterscheidbare Eigenschaften auftreten. A priori gibt es weder diese noch jene. Jetzt, mit Konstruieren einer Physik, mit Ausdenken und Einführen von „Physikalischen Größen", *schaffen* wir Bedingungen und Eigenschaften. Sie werden real, sobald alle Regeln aufgestellt sind und alles ausnahmslos nach diesen Regeln funktioniert.

Welche Regeln wir uns ausdenken und was wir als physikalische Größe benutzen, ist nicht wirklich grundlegend. Die Bedingungen, die wir durch Ausdenken eines 26-dimensionalen Raumes und enthaltener Entitäten schaffen, sind - wenn alles nach gleichzeitig aufzustellenden Regeln für beschreibbare Eigenschaften funktioniert - ebenso real wie - z.B. - folgendes: ich setze nur die Existenz natürlicher Zahlen voraus (als Axiom), sehe jede Zahl als Entität an (anderer Blickwinkel: numeriere Entitäten durch), stelle mir alle Permutationen all dieser Zahlen (oder einer Auswahl) vor, suche (und finde!) eine Regel, wie diese Permutationen jeweils aufeinander folgen und identifiziere *dann* Entitäten und Regel mit physikalischen Objekten bzw. Naturgesetz, wenn alles so funktioniert, wie ich es haben will, nämlich dann, wenn Regel und Verhalten (hier: Aufeinanderfolgen oder Anordnung von Permutationen) *analog* sind zu einer bereits auf andere Weise beschriebenen Welt, die ich schon verstanden habe. Diese Welt, nur aus Zahlenkombinationen und deren Permutationen bestehend, ist auf genau die gleiche Weise real wie obige 26-dimensionale und wie jede andere Welt, deren Regeln funktionieren. Es ist deshalb gar nicht die Frage nach „Realität", die interessiert. Es geht um *einfache* Regeln. Funktionieren sie, *sind* sie real.

Bild „Realität der Torusblähung"

Nun zur physikalischen Größe aus der Spielregel 6: Nach Aussage der Regel muß jede andere eventuell vorkommende oder benötigte physikalische Größe auf die ausgewählte zurückgeführt werden können. Umgekehrt sollte jede dieser abgeleiteten Größen als grundlegend gewählt werden können, um alle anderen wiederum daraus abzuleiten. Dieser Schluß ist zwar mit den zur Verfügung stehenden Mitteln nicht logisch zwingend, aber ich gehe einfach programmatisch davon aus. Dann ist es nämlich in mein Belieben gestellt, welche der in Frage kommenden Basisgrößen ich als „Grundlegende Größe" festlege, um mit ihr die Eigenschaft einer Entität zu beschreiben. Ich wähle einen physikalischen Begriff aus unserem Engramm-Repertoire, der in allen gängigen Modellen der Realität vorkommt und am ehesten mit Länge (L), Abstand, Entfernung oder dergleichen zu assoziieren ist. Sein Name sei hier einfach *„Größe"*. Zur Unterscheidung von der allgemeinen Bedeutung des Wortes schreibe ich ihn in groß: GRÖSSE. Zur Konkretisierung im Spiel dient

Etappenziel 6 :
GRÖSSE in Eigenschaft des Dorntorus identifizieren.

Physikalische Bedeutung hat die Größe „GRÖSSE" wiederum noch nicht. Es gibt weder eine Skala noch irgendeine Vorschrift, wie GRÖSSEN von Entitäten miteinander verglichen werden. Es ist weder klar, daß GRÖSSE ein Zahlenwert ist (wir haben noch keine Zahlen - nur unbekannte, noch zu erforschende, „Sinneseindrücke" eines hypothetischen Beobachters ...), noch steht fest, wieviel (auch wieder eine Zahl!) unterscheidbare Qualitäten oder Quantitäten die Eigenschaft hat, wenn sie mit GRÖSSE gemessen wird. Hier aufgestellte Forderung nach Kontinuum und Stetigkeit für den „Wertevorrat" wäre willkürlich und eine erhebliche Einschränkung möglicher wirkender Prinzipien. Ich will deshalb darauf verzichten, jedoch die Abstraktion nicht so weit treiben, ganz ohne Zahlen auskommen zu müssen. Das schiene mir unvernünftig und nicht praktikabel. Ohne Voraussetzungen als Grundbausteine kann natürlich kein Gedankengebäude errichtet (vielleicht nicht einmal ein Gedankenspiel ausgedacht) werden, und um diese allererste Voraussetzung, nämlich wenigstens die Existenz eines Zahlensystems samt zugehöriger Arithmetik zu fordern, wird man wohl nicht herumkommen. Kriterien für dessen Einfachheit (Anzahl der Axiome und Gehalt an logischen Konstruktionen) muß ich zuständigkeitshalber den Mathematikern überlassen, wähle für mich aus purer Vorliebe die natürlichen Zahlen mit einer Arithmetik, die nur Addition, Multiplikation und Ordnungsrelation umfaßt. Damit läßt sich schon eine ganze Menge anfangen, z.B. ein Raum definieren. Nur ziehe ich vor, Raum als Menge seiner Elemente zu betrachten, definiere deshalb - notabene - *zuerst* den Raumpunkt mit dieser

Spielregel 7 :
„Raumpunkt" ist eine Kombination von GRÖSSEN aller existierenden Entitäten.

In Engrammen ausgedrückt, könnte man grob analog sagen: „An jedem Raumpunkt hat jede Entität eine bestimmte GRÖSSE." Betonung liegt auf *eine*. Oder - noch mehr der Anschauung entsprechend, um die Einfachheit der Regel zu verdeutlichen: „Jede Entität hat einen bestimmten Abstand von einem bestimmten Raumpunkt." Falls Entität irgend etwas mit 'Teilchen' zu tun hat, könnte man auch - allerdings als vorerst unzulässige Abkehr von verallgemeinernder Abstraktion - dies assoziieren: „Jedes Teilchen ist um den Betrag seiner GRÖSSE von dem Raumpunkt entfernt, bei dem diese GRÖSSE gemessen wird." Hierbei ist GRÖSSE also sowohl dem Teilchen als auch dem Raumpunkt zugeordnet: Von verschiedenen Raumpunkten aus gemessen, hat oder kann das Teilchen verschiedene GRÖSSEN haben, und ändert sich die GRÖSSE des Teilchens, bin ich an anderem Raumpunkt. - Doch schnell, schnell wieder weg von den Engrammen, bevor sich das Bild im Raum der Anschauung fixiert!

Bild „Innenansicht einer äußeren Welt"

Ohne Naturgesetz kann aus der Regel nur eine nichtredundante Beschreibung der Natur abgeleitet werden, nur eine reine Aufzählung von Zuständen, eine 1:1-Zuordnung von Zahlenkombinationen und vorkommenden Konstellationen der Entitäten. Durch die alleinige Einführung solcher Raumpunkte ist also noch gar nichts gewonnen. Ein resultierendes Etappenziel ist mit Erkennen der Tautologie in der Spielregel schon erreicht. Wie ist es dann, wenn ich diese nichtssagenden Raumpunkte zu einem Raum zusammenfasse? Immerhin muß der Vorgang eine bestimmte Vorschrift befolgen, die eine Auswahl trifft und eine Ordnung herstellt. Das steuernde Prinzip kommt jetzt hinzu!

Spielregel 8 :
Physikalischer Raum ist die - durch Wirkung des steuernden Prinzips eingeschränkte - Menge aller möglichen Raumpunkte.

Jetzt wird's wirklich spannend! Das „Prinzip", das schon in Spielregel 4 aufgetaucht ist, *erzeugt* den Raum. Es ist intrinsischer Bestandteil der Entität, verantwortlich für deren Verhalten innerhalb der Gesamtheit aller Entitäten *und* ordnet Raumpunkte an, trifft eine Auswahl. Verhalten der Entität und ihre Anordnung im Raum sind ein und dasselbe! Verhalten und steuerndes Prinzip bilden die *Eigenschaft* der Entität (Spielregel 5), die tatsächlich das einzige ist, was man zu einer umfassenden Beschreibung benötigt (Spielregel 3).

Es muß ein mächtiges Prinzip sein, das allein die ganze Eigenschaft der Entitäten bestimmt und alle Ordnung ihres Raumes regelt, das sowohl die „Kommunikation" zwischen den Entitäten knüpft als auch jeder Entität die GRÖSSEN aller anderen mitteilt und ihr gleichzeitig vorschreibt, wie sie sich in dieser Konstellation zu verhalten hat. Und es muß komplex gestaltet sein, soll es die ganze große Vielfalt physikalischer Begriffe, Größen und Gesetze in sich bergen, eine ganze Welt - einmal angestoßen - damit am Laufen haltend.

Aber es muß ein *einfaches* Prinzip sein, das schon vor den Axiomen gilt, das vielleicht um zu funktionieren nicht einmal eines menschlichen Geistes bedarf. (Bei 26 Dimensionen bin ich mir diesbezüglich nicht so sicher.) *Falls* es funktioniert (es tut's - in diesem Spiel!), finden wir alle bisherigen Spielregeln befolgt. Folgende neunte ist Kriterium für die Funktion - und ABM auf Jahre.

Spielregel 9 :
Die aus den Eigenschaften aller Entitäten ableitbaren Gesetzmäßigkeiten bilden einen vollständigen Satz grundlegender Naturgesetze.

Die Formulierung (Eigenschaften im Plural) soll darauf hinweisen daß die Gesamtheit mehr ist als die Summe der Komponenten, daß die Entitäten durch ihr Zusammenwirken neue Eigenschaften erzeugen und daß aus der Menge mehr Eigenschaften herausgeholt werden können, als mit der *einen* Eigenschaft der Elemente hineingesteckt wird.

Das Etappenziel aus dieser Regel ist im Grunde identisch mit dem Programm und Endziel des ganzen Spiels (Spielregel 1). Für Bereiche, in denen alles wunschgemäß funktioniert, ist der Dorntorus, in dem das „Prinzip" ja steckt, ein konsistentes Modell, analog zu anderen Methoden, mit denen die gleichen Gesetzmäßigkeiten bereits beschrieben sind und mit deren Hilfe sie auch verstanden werden können. Erst wenn sich kein Bereich mehr findet, in dem es nicht funktioniert, haben wir ein alles abdeckendes, ein „kongruentes" Analog-Modell physikalischer Strukturen - eine Geometrie für Alles.

Die Regeln sind nun aufgestellt. Damit es zehn sind und damit die Grundidee nochmal hervorgehoben wird, daß nämlich physikalische Entitäten die Gesetze, denen sie gehorchen, selbst erzeugen, daß sie nicht in einen vorbestehenden Raum mit vorgegebener Struktur hineingestellt sind, noch als Zugabe

Spielregel 10 :
Naturgesetze und Physikalische Objekte bilden eine untrennbare Einheit.

Zubehör

Für ein geometrisches Spiel brauche ich Mathematik. Und eine Fundamentale Physik sollte Entsprechung in einer Fundamentalen Mathematik haben. Welche muß ich wählen? Welche Axiome darf sie enthalten? Axiome, die eventuell nur logisch erlaubte „Ausschmückungen", nur Erfindung, Idee und Werkzeug des formalistischen Mathematikers und nicht zwingend notwendig für ein funktionierendes *einfaches Minimalsystem* sind, will ich weglassen, persönliche Neigung und gewisse Willkür nicht leugnend. Wie schon in der Vorgabe angedeutet, verzichte ich deshalb auf das Kontinuumsaxiom und damit auf eine stetige Welt. Verzicht heißt aber nicht Negation. Verzicht auf Kontinuum muß nicht zusätzliches Axiom bedeuten, zusätzlich zu den allgemein akzeptierten der Mengenlehre, auf denen eine Minimalmathematik aufbaut, die ich (selbstverständlich) übernehme und die mir als Zahlen die natürlichen zur Verfügung stellt. Keineswegs muß ich auf mathematische *Methoden* verzichten, die Stetigkeit voraussetzen, wie die gesamte Infinitesimalrechnung und damit auf das mächtige Instrument Differentialgleichungen. Es ist nur eine Art Maßstabsverschiebung (und dann Näherungsverfahren), wenn ich sie auf Differentiale im Bereich sehr großer Zahlen anwende. Liebäugle ich mit Determiniertheit, mit Entscheidbarkeit aller meiner Schlüsse, muß ich allerdings auch noch auf die Vollständigkeit der Arithmetik verzichten. Dies will ich aber nur erst mal im „Hinterkopf" behalten, nicht auf Biegen und Brechen von vornherein fordern. So viel - so wenig nur - über die *Mathematik*. Sie ist die **Anleitung** zum Spiel, der Rahmen, der den Regeln Sinn verleiht.

Nun darf ich also mit Mengen spielen, mit ihren Elementen und auch mit deren Eigenschaften. Ich darf mir Eigenschaften ausdenken, in Umgangssprache formuliert, diese in mathematischer Form meinen Elementen zuordnen und die „erlaubte" Arithmetik entsprechend den Axiomen auf sie anwenden. Limitiert im Ausdenken von Eigenschaften bin ich nur durch die aufgestellten Spielregeln. Diese sind nun aber nicht einfach aus der Luft gegriffen, sondern paßgenau auf die Geometrie des *Dorntorus* zugeschnitten. Er ist das Spielzeug - das wichtigste **Requisit** im Spiel.

Seine Eigenschaften sind nicht frei wählbar. Als mathematisches Objekt ist sein Verhalten in einem mathematischen Rahmen mathematisch zu beschreiben. Zugrundeliegende Prinzipien sind zu entdecken und - spielregelgemäß - auf *eines* zu reduzieren. Dieses - *„Das Prinzip"* - befolgen heißt Wirklichkeit nachstellen, heißt Naturgesetze imitieren. Es ist der **Sinn** des Spiels - und das Hochgefühl, Zusammenhänge zu *erkennen*, der **Gewinn**.

Taktik

Um auf der Grundlage von Regeln und Zubehör ein ***sinn***volles, interessantes und spannendes Spiel zu entwerfen, bedarf es eines groben Plans für den Spielverlauf. Die Regeln sind sehr allgemein, entsprechend ist das Vorgehen ohne Zweifel von persönlichen Vorlieben und subjektiver Wertung abstrakter Dinge geprägt. Sie bilden ja weder ein Axiomensystem, noch enthalten sie irgendwelche Hinweise auf die anzuwendende Logik. Beides, Axiome und Logik, haben wir in Form von Mathematik als notwendiges Zubehör aufgenommen. Die Regeln sind lediglich eine Sammlung frommer Wünsche, die man fast beliebig mit Sinn erfüllen kann. *Eine* Voraussetzung allerdings ist unabdingbar: Man muß vergessen können! Man muß klar erkennen (oder wenigstens akzeptieren), daß die *Bedeutung* physikalischer Begriffe nur deren Erklärungsrahmen charakterisiert, den Begriffen selbst aber keine Eigenständigkeit und Absolutheit zuordnen kann. In unseren Denkkategorien fixierte Vorstellungen von diesen Begriffen - die mit ihnen gekoppelten Assoziationen - müssen wir vollständig verdrängen, wenn wir auf der sehr viel niedrigeren Stufe von „Eigenschaften" und „Entitäten" ein Netz logischer Aussagen knüpfen wollen - unbeeinflußt von den Automatismen des Denkens, die sich sonst sofort und zwanghaft einschalten, sobald es um vermeintlich reale Dinge geht. Auf dieser Stufe gibt es keine realen Dinge! Hier stehen uns nur *Übereinkünfte* über logische Aussagen und Schlüsse zur Verfügung, nur reine *Ideen*, die letztendlich allein auf Umgangssprache und deren individuell - je nach Erfahrungsgehalt - unterschiedlich geprägter Semantik beruhen. Aussagen über reale Existenz physikalischer Begriffe und Strukturen auf so niederer Stufe sind gleichbedeutend mit der Realität der verwendeten Mittel - in der Regel ist es die Mathematik. So wie Mathematik immer nur ein Modell einer absoluten Wahrheit bleibt, welchen philosophischen Standpunkt wir auch immer einnehmen, so kann eine Fundamentale Physik nur durch ein *Modell* repräsentiert werden, das in ein menschliches Denkschema paßt. Und dies ist der Punkt - die Taktik des Spiels: wir brauchen ein passendes Schema, müssen die alten, die sich als untauglich erwiesen haben, vergessen, verdrängen und durch ein geeigneteres ersetzen. „Untauglich" muß ich natürlich sofort bescheiden relativieren, darf das Wort nur auf die noch bestehenden ungelösten Rätsel in der Physik beziehen, auf Inkonsistenzen, Widersprüche, nicht erkennbare Zusammenhänge in den Theorien, erkenntnistheoretische Lücken und Unstimmigkeiten und schließlich auf die unbefriedigenden Interpretationen. Davon abgesehen *haben* wir eine hervorragende Physik, die aus realistischer, empiristischer oder auch operationalistischer Sicht kaum weiter zu verbessern ist. Dem Idealisten läßt sie noch Raum für große Ideen, mir immerhin für kleine *Spielereien*.

Bild „Taktik Torus - verwundene Wulste"

Wortspiele, Mitspieler und Spielverderber

Um mir über meinen eigenen, etwa „philosophisch" oder „wissenschaftstheoretisch" zu nennenden, Standort, dessen Bezeichnung mich, ohne darüber kommunizieren zu müssen, im Grunde genommen überhaupt nicht interessiert, einmal selbst klar zu werden, will ich einen Versuch unternehmen auszuloten, welche Vertreter der verschiedenen Denk- und Stoßrichtungen zur Erkenntnisgewinnung als Mitspieler in meinem Spiel in Frage kommen und welche ich mir wegen der Gefahr, mich gegen Spielverderber zur Wehr setzen zu müssen, besser vom Halse halte:

Der *Empirist* übersieht, daß die Filter der Sinne dem menschlichen Bewußtsein eine nahezu unleserliche Kopie dessen aufprägen, was die Wahrnehmungen verursacht. Er beraubt sich aller Möglichkeiten, Sinne zu überlisten, ihre Filter zu überbrücken und Erkenntnis zu produzieren statt nur zu sammeln und per Formallogik zu verwalten. Andererseits hat er durch sein Leugnen der Wirklichkeit physikalischer Entitäten - Bezugsobjekte der Physiker - eine gewisse Bereitschaft hinzuhören, wenn Realität ohne diese erklärt wird und wenn Raum und Zeit als Engramme kritisiert werden, denn dies weiß er ja schon, akzeptiert allerdings diese Engramme als unabänderlich gegeben. Dem *Realisten* fehlt diese Bereitschaft. Er wendet sich mit Grausen ab, hat weder Sinn für Spielereien noch sieht er einen im Aufstellen von Spielregeln, die keinen Bezug zu seiner pragmatischen Wirklichkeit haben. Der *Idealist* will gar keine Verbindung herstellen zwischen den reinen Ideen der wirklichen Welt und den Interpretationen in Modellen und Spielen, vergeudet nicht die Muse mit ihm nichts sagenden Spiel. Die meisten sonstigen philosophischen *Sektierer* koppeln in höherer Stufe der Erkenntnissuche ein, reichen nicht bis herab zu den alles enthaltenden Entitäten, abstrahieren gar nicht erst von der Existenz des Suchenden und Spielenden.

Schade! Aus dieser Sammlung bleibt kein einziger Mitspieler mehr übrig. Andere sind nicht in Sicht. Gibt es denn nur Spielverderber? Dabei stimme ich doch *allen* Vertretern in wichtigen Punkten ihrer Doktrinen zu: dem Realisten darin, daß eine „äußere" Welt wirklich existiert und unabhängig von mir und anderen Beobachtern auch nach Regeln funktioniert, dem Empiristen darin, daß unsere Regeln, die Naturgesetze, nicht wortwörtlich wahr sind, sondern immer nur Modelle der Wirklichkeit, in denen Raum, Zeit und Größen Interpretationen der Erfahrung sind, dem Operationalisten darin, daß Erkenntnis Optimieren dieser Modelle bedeutet. Der Rationalist lehrt mich, dies mit Reflexion zu versuchen, der Irrationalist aber, daß auch mein bestes Modell nur Krücke ist, mit der ich um die nie erreich- und vorstellbare Wahrheit humple, nur um die kurzen Augenblicke vermeintlich naher Begegnung zu genießen.

Bild „wider den gesunden Philosophenverstand"

Am nächsten stehe ich vielleicht dem „nackten" Idealisten, der sich nicht mit undurchsichtiger Mystik verhüllt. Er weiß von der Existenz der Regeln, von der absoluten Identität einer Fundamentalen Welt der Zahlen und Ideen mit der Wirklichkeit. Er darf mit Fug und Recht Mathematik treiben. Für ihn gilt: Natur gehorcht einem zugrundeliegenden Prinzip. Natur *ist* Mathematik.

Spielverlauf

Beginnen soll das Spiel ohne (viel) Mathematik. Engramme verdrängen heißt Bilder entfernen. Das kann ich nicht mit Zahlen. Ich brauche neue Bilder dort, wo die alten nicht mehr passen. Um klare Vorstellungen zu gewinnen, hier von geometrischen Figuren und Strukturen, bedarf es langen intensiven Eindenkens. Es geht nicht ohne, will ich Eigenschaften des Dorntorus genauso wirklich „sehen", wie ich den Raum der Anschauung immer als Bild vor mir und „um mich herum" habe. Zum Spiel gehört das Training. Ist das neue Bild dann eingefangen, identifiziere ich die Eigenschaften aus den Etappenzielen 2 und 3, wozu ich schon die Axiome und Zahlen aus dem Zubehör benötige. Die Größe GRÖSSE steht dann zur Verfügung. Eine Regel zum Rechnen mit ihr, Charakteristikum der Arithmetik, welcher die GRÖSSE unterliegt, kommt jetzt ins Spiel. Ich nenne sie bedeutungsvoll „Das Prinzip". Damit kann ich einen Raum konstruieren, in dem an die Stelle der Koordinaten abstrakte zweikomponentige Gebilde treten, wie sie z.B. komplexe (hier ganze komplexe) Zahlen darstellen. Im Spiel werden sie von den Dorntori repräsentiert.

Ein erster Höhepunkt des Spiels ist das Erkennen der Selbstmetrisierung. Schnell folgen weitere in Form von Analogien mit physikalischen Strukturen: Bewegung, Ortsveränderung, Geschwindigkeit, Maximalgeschwindigkeit, Relativität, Quantelung, Wechselwirkung, Nichtlokalität und schließlich ganze Kaskaden von Assoziationen mit Begriffen bisher oft nur nebulösen Wesens. Und das alles mit einem einzigen Bild!

Der Trick ist, dieses neue Bild mit Hilfe des alten zu erzeugen. Nichts spricht dagegen, die Routine, Souveränität und sogar Virtuosität, mit denen wir das mathematische Gebilde dreidimensionaler Raum ganz selbstverständlich ständig verwenden, sich auch im Spiel zunutze zu machen. Ganz allmählich übernimmt der neue Raum Aufgaben und Funktionen des gewohnten, der irgendwann dann plötzlich völlig überflüssig wird. Mit einem Schlag kann ich ganze Ladungen von Voraussetzungen, Axiomen und Anfangsbedingungen als unnötig gewordenen Ballast über Bord werfen - das alte ausgediente Bild gleich hinterher. Mit diesem Augenblick des Glücks endet das Spiel - die Arbeit beginnt.

Das Prinzip: Geometrie und Dynamik

Um die Eigenschaften des Dorntorus exakt auszuarbeiten, müßte an dieser Stelle mathematischer Formalismus einsetzen. Mich jedoch versetzt dieser Versuch regelmäßig auf einen Berg von Tautologien, bin dann unschlüssig zu entscheiden, welcher der vielen Aufstiege wohl der beste und bequemste sei. Drum beginne ich verlegen, ein wenig die Landschaft zu beschreiben, zeichne zunächst nur ein grobes Bild des Dorntorus, indem ich einfach einige seiner Eigenschaften aufzähle bzw. Vorschriften angebe, wie ich ihn erzeugen kann. Zu dieser Beschreibung benutze ich durchaus die „gesamte" Mathematik, also auch Reminiszenzen an den dreidimensionalen euklidischen Raum, den ich ja verdrängen will, mache damit Zugeständnisse an das Engramm vom Raum der Anschauung. Für die bloße Bildgewinnung sei's erlaubt.

- Ein Dorntorus ist ein Rotationskörper mit Kreis als erzeugende Linie und mit einer Tangente als Rotationsachse. Oder:

- Ein Dorntorus der GRÖSSE L ist die Menge aller Kreislinien mit Länge L, die genau eine gemeinsame Tangente in genau einem gemeinsamen Punkt haben. Der Punkt heiße „S" (wie Symmetrie oder wie Singularität).

- Ein Dorntorus der GRÖSSE L ist die Menge aller Punkte, deren Abstand (kürzeste Entfernung) von einer Kreislinie mit Radius R genau R ist. Die GRÖSSE L ist sowohl Umfang des Kreises als auch „Wulstumfang" des Dorntorus. Es gilt $L = 2\pi R$, Oberfläche $O = L^2$ und Volumen $V = \frac{1}{2}\,OR$.

- Gegeben sei eine (flexible) Kugel. An genau gegenüberliegenden Punkten, bezogen auf den Kugelmittelpunkt, drücke ich ihre Oberfläche etwas ein und ziehe dann die beiden

Einstülpungen - „von innen" - zu zwei Spitzen („Dornen") aus, die sich schließlich in der Mitte der ehemaligen Kugel vereinigen. Es resultieren ein Dorntorus und ein überzähliger Punkt.

- Trenne ich die beiden Dorne am Punkt S, so verbleibt dieser Punkt bei nur einer Spitze, während die andere ein punktförmiges Loch erhält. Stülpe ich die Dorne nach außen und blähe das Ganze, läßt sich die Figur in der ebenen Fläche ausbreiten, wobei Nachbarpunkte des Loches, des fehlenden Punktes also, die Begrenzung darstellen (Grenzlinie selbst gehört nicht zur Fläche!). Der Dorntorus ist somit topologisch äquivalent einer „offenen" Fläche, z.B. dem Inneren einer Scheibe, nicht der Kugel (da nicht „geschlossen") und nicht dem Ring (da ohne „Henkel").

- Verfahre ich mit der „Riemannschen Zahlenkugel" wie oben beschrieben, Nord- und Südpol einstülpend, erhalte ich die bemerkenswerte Figur, bei der die Werte Null und Unendlich von ein und demselben Punkt repräsentiert werden, vom Punkt S nämlich, dem Symmetriepunkt des Dorntorus.

- Ein Punkt auf der Oberfläche eines gegebenen Dorntorus ist, bis auf sein Spiegelbild und die Festlegung des Bezugskreises $\omega = 0$ (Nullmeridian ω_0) durch zwei Angaben bestimmt: „Geographische Länge" ω und „Breite" φ. Länge ist der „Rotations"winkel ω, gemessen am Punkt S, bezogen auf ω_0, im Gegenuhrzeigersinn gezählt, aus der als positiv bezeichneten Rotations-Halbachse gesehen und in der dazu senkrechten Symmetrieebene gelegen. Negative Werte in Gegenrichtung. Breite φ wird vom Mittelpunkt des Wulstquerschnittes aus gemessen, Punkt S als Breite Null definiert, zunehmende Werte in Richtung der positiven Halbachse. Negative Werte für φ sollen nicht vorkommen. Toruskoordinaten - vorerst nicht komplexzahlig - bestehen also aus dem Tripel ($+\varphi$, ω_0 , $\pm\omega$). Das + vor φ steht zugleich für die Festlegung der positiven Richtung (der Rotationsachse).

- Um einen gegebenen Dorntorus von einem beliebigen zu unterscheiden, ist die Angabe seiner GRÖSSE L notwendig. Toruskoordinaten bestehen dann aus vier Angaben: (L , $+\varphi$, ω_0 , $\pm\omega$), da jetzt die Tori gegenseitig auf sich selbst bezogen werden können und nicht mehr notwendig auf eine Richtung im dreidimensionalen Raum, in den ein einzelner Torus einzubetten ist. Es verbleibt (L , $+\varphi$, $\pm\omega$).

- Wenn es den Einheitsdorntorus der GRÖSSE L = 1 gibt (es gibt ihn sogar natürlicherweise, wie sich zeigen wird!), kann ich eine Zuordnung $L \leftrightarrow \varphi$ definieren, so daß gilt: $1 \leftrightarrow 2\pi$, $\varphi = 2\pi l + \varphi'$, $0 \leq \varphi' < 2\pi$, l natürliche Zahl. Die Rolle der Breite übernimmt φ'. Orte mit Breite $\varphi' = 0$ liegen somit auf Dorntori ganzzahliger GRÖSSE L ($\leftrightarrow 2\pi l$). M.a.W.: Punkt S (nur er hat Breite Null!) liegt stets auf Dorntori ganzzahliger GRÖSSE, oder: bei Ineinanderschachteln von Dorntori mit gemeinsamer Rotationsachse, gemeinsamem Punkt S und obiger Zuordnung $L \leftrightarrow \varphi$ kommen nur solche mit ganzzahliger GRÖSSE vor. Als Toruskoordinaten verbleiben die Paare ($+\varphi$, $\pm\omega$).

Bei dieser - und auch bei der nachfolgenden - „Landschaftsschilderung" kommt es, wie gesagt, darauf an, das Bild einzufangen, nicht auf mathematisch exakte Deduktion oder alleinige Verwendung aussagenlogischer Identitäten!

Bild „Torus mag die Statik nicht"

Die angesprochenen Eigenschaften beschreiben den statischen Dorntorus - eine in den Raum gestellte Figur, die ich mit Punkten, Linien, Winkeln und GRÖSSEN vollständig charakterisieren kann. Allerdings - die (eineindeutige!) Zuordnung $L \leftrightarrow \varphi$ läßt etwas ganz seltsames anklingen, das statisch nicht mehr zu fassen ist. Was es wohl bedeutet, wenn φ einen Wert zwischen den 2π-Perioden annimmt? Eigentlich doch nur, daß der Dorntorus an jedem Breitenkreis einen andere GRÖSSE hat! Gilt $L \leftrightarrow \varphi$, dann nimmt der Torus an GRÖSSE zu, wenn ich in Richtung zunehmender φ'-Werte über seine Oberfläche wandere, um nach einer vollen Umrundung des Wulstes einen um 1 erhöhten Wert für L anzunehmen.

Denke ich mich in den Punkt S des Dorntorus mit GRÖSSE L = l (φ ist dann $2\pi l$ und $\varphi'=0$) und schicke „Irgendetwas", das φ' mißt, um den Wulst herum, so springt die GRÖSSE in dem Moment auf den Wert l+1, wenn „Irgendetwas" wieder in S ankommt und mir „Irgendwie" die volle Umrundung anzeigt. Volle Umrundung heißt Breite 2π, φ' wird hier auf Null zurückgesetzt, φ nimmt den Wert $2\pi(l+1)$ an, also ist L = l+1. Bei vielfachen Wulstumrundungen wächst - von S aus gesehen - der Dorntorus jeweils „ruckartig" in diskreten Schritten der Weite 1. (Zur Beachtung: S liegt immer auf Breite Null!)

Statt „Irgendetwas" zu bemühen, das Breite messend um den Wulst läuft, und um mir ein Bild dieses Vorgangs zu machen, kann ich den Dorntorus sich um seinen eigenen Wulst drehen lassen. Er soll jetzt eine „wulstförmige Abrollbewegung" durchführen, sich „abrollen", „umdrehen" oder schlicht „drehen". Damit kommt Dynamik ins Spiel! Sobald φ nicht mehr Breitengrade angibt (die Rolle hat ja φ' übernommen) und die ganz einfache Zuordnung L $\leftrightarrow \varphi$ gilt, d.h. Torus-GRÖSSE $\leftrightarrow$ fortlaufendes Umkreisen seines Wulstes - also auch mehrfaches, über 2π hinaus -, kann φ als Referenzmaß einer Wulstumdrehung oder Abrollbewegung betrachtet werden. Zu beachten ist, daß pro Umkreisen eines auch noch so 'großen' Toruswulstes immer nur 1, die GRÖSSE des Einheitsdorntorus, addiert wird, nicht der Wulstumfang oder die GRÖSSE L des umkreisten Torus selbst. φ mißt also nicht die „abgerollten Breiten", sondern „abgerollte Meridianlänge", die in Einheiten der GRÖSSE gemessen wird, Bogenmaß 2π GRÖSSE 1 entsprechend. Gewissermaßen dreht sich der Einheitsdorntorus im Punkt S simultan mit und rollt stets exakt die gleiche „Meridianlänge" wie der betrachtete Torus ab. Dieses meint „φ als Referenzmaß".

Wichtig ist hierbei: Die abgerollten Breitengrade - der Winkel, um den sich ein Torus bei der GRÖSSEN-Zunahme um 1 dreht, hängt von seiner aktuellen GRÖSSE ab. Ein 'größerer' Dorntorus rollt weniger Bogenmaß ab, m.a.W.: seine „Winkelgeschwindigkeit" der Wulstumdrehung ist kleiner, und zwar ist sie umgekehrt proportional zu seiner GRÖSSE (Bogenmaß $\Delta\varphi : 2\pi$ = Kreisbogen : L).

Nun, die Sache ist noch nicht besonders aufregend. Es ist zwar wert und wichtig, innezuhalten und etwas über die Bedeutung nachzudenken, aber richtig spannend wird's erst, wenn sich die Unterschiede zwischen L und φ, zwischen GRÖSSE und Winkel verwischen und damit auch der Einheitsdorntorus als Referenz und Assoziationshilfe aus der Vorstellung verbannt werden kann.

Vorerst ist er der „Taktgeber", mit dessen Hilfe ich die angesprochene „Winkelgeschwindigkeit" - nenne ich sie „wu" - definieren kann. Er muß allerdings mit einer „Marke" versehen sein, damit ich in S registriere, wann der Torus wieder die GRÖSSE 1 abgerollt hat. Eine hierfür heranzuziehende Eigenschaft kann ich jedoch in der bislang strukturarmen Symmetrie der Figur nicht entdecken, weiche deshalb auf etwas ganz anderes aus, was Struktur hereinbringt, jede Menge Marken liefert und damit als Taktgeber, als Referenz der dynamischen Vorgänge, viel geeigneter ist als der Einheitsdorntorus:

Ich mache den abrollenden Dorntorus noch dynamischer und lasse ihn auch um seine Rotations-Symmetrieachse rotieren („Rotation" und „rotieren" sollen künftig immer und ausschließlich Rotation um diese Achse bedeuten). Auf gleiche Weise wie ich die (zumindest in der Vorstellung kontinuierliche und lineare) GRÖSSEN-Änderung des Dorntorus durch die Zuordnung L $\leftrightarrow \varphi$, mit $\varphi = 2\pi l + \varphi'$, zu einem periodischen Vorgang mache, der diskrete Werte l liefert, kann ich bei der Rotation, die offenbar primär periodisch ist (aber Vorsicht: auch diese Aussage ist mit Engrammen und dem Raum der Anschauung verknüpft!), eine Zuordnung M $\leftrightarrow \omega = 2\pi m + \omega'$ herstellen, bei der jetzt M analog als kontinuierliche und lineare Größe (nicht GRÖSSE!) gesehen werden kann. Zahl m ist wiederum eine natürliche und ω' gibt einen Rotationswinkel an mit $0 \leq \omega' < 2\pi$. So wie l die Anzahl der Wulstumrundungen durch φ' war, ist hier m die Anzahl ganzer Rotationen, die von ω' durchlaufen werden.

Bild „Hinein in den dynamischen Dorn!"

Kombination dieser beiden periodischen Vorgänge - Wulstumdrehung und Rotation - kann ich ähnlich behandeln wie die Überlagerung harmonischer Schwingungen bei senkrecht aufeinander stehenden Schwingungsrichtungen. Jeder „Punkt" ($+\varphi$, $\pm\omega$) auf der Dorntorus-Oberfläche beschreibt während des Abrollens und Rotierens eine „Abroll-Linie", die zwar ganz analog zu den Verhältnissen in der Ebene entsteht (dort heißen geschlossene Linien Lissajous-Figuren), hinterläßt aber ein sehr viel komplexeres Muster, denn der Torus ändert dabei ja seine GRÖSSE und womöglich auch noch die „Winkelgeschwindigkeiten" von Umdrehung und Rotation. Projiziert auf die Ebene würde dies bedeuten: Die überlagerten Schwingungen variieren sowohl Amplituden als auch Frequenz - ein recht chaotisches Verhalten resultiert. Das bestechende am Dorntorus ist, daß dieses Chaos sich selbst reguliert, daß mit Hilfe eines einfachen, darum fast zwingenden, Prinzips harmonische Ordnung entsteht.

Zahlen und Größen

„... von vorn rechts oben bis hinten links unten" (Bild)

Um ein klein wenig Ordnung auch in die bisherige Schilderung des im euklidischen Raum gezeichneten Bildes zu bringen, will ich es zwischendurch in elementarmathematische Formeln packen, ohne diese jedoch als Grundlage für das Modell bereitzustellen. Ihnen ist lediglich ein erklärender, assoziationsfördernder Sinn zugedacht, denn mathematische Beschreibung „des Prinzips" soll den Raum der Anschauung gar nicht benutzen.

Zunächst zum statischen Dorntorus: Er sei so in kartesische Koordinaten plaziert, daß Mittelpunkt S und Koordinaten-Ursprung O zusammenfallen, ebenso Rotations-Symmetrieachse und z-Achse, sowie deren jeweilige positive Richtungen. Für Punkte (x, y, z) auf der Oberfläche des Dorntorus mit GRÖSSE $L = 2\pi R$ (= konstant) gilt, wie leicht der Skizze 1 zu entnehmen ist: $(R - T)^2 + z^2 = R^2$ oder

(1)

$$x^2 + y^2 = T^2$$

$$T^2 + z^2 = 2RT$$

Sehr viel mehr sinnvolles, als diese Gleichungen aufzustellen, ist mit den kartesischen Koordinaten diesbezüglich nicht anzufangen. Adäquater für die Beschreibung eigentlich aller geometrischen Eigenschaften sind die schon eingeführten Dorntoruskoordinaten: (GRÖSSE L , „Breite" φ , „Länge" ω). Hier, beim „statischen" Torus gilt: L = konstant, $0 \leq \varphi < 2\pi$, $0 \leq \omega < 2\pi$.

Zum Zwecke der Projektion in den Raum der Anschauung (und in die Bildschirmebene!) lassen sich diese Dorntoruskoordinaten wieder in kartesische rücktransformieren. Es gelten folgende Gleichungen:

(2)

$$x = T \cos \omega$$

$$y = T \sin \omega$$

$$z = R \sin \varphi$$

$$T = R\,(1 - \cos \varphi)$$

Längen von Linien auf der Dorntorusoberfläche lassen sich ebenfalls am besten mit Hilfe der Dorntoruskoordinaten berechnen, insbesondere sind dies:

Längenkreis bei ω = konstant (auch Meridianlänge, Wulstumfang, GRÖSSE):

(3)

$$L = \int R \, d\varphi_{\;(0...2\pi)} = 2\pi R$$

Breitenkreis (bei φ = konstant!):

(4)

$$B = \int T \, d\omega_{\;(0...2\pi)} = 2\pi T = L\,(1 - \cos\varphi)$$

Abrolllinie pro Wulstumfang bei $v = \varphi : \omega$ = konstant (das ist die Linie, die einmal um den Toruswulst führt und für deren Punkte (φ , ω) die Bedingung $\varphi : \omega = v$, also auch $d\omega = d\varphi / v$ gilt):

(5)

$$dA^2 = dL^2 + dB^2 \,.$$ Nach diversen Umformungen:

(6)

$$A = \int (R^2 + T^2/v^2)^{1/2} \, d\varphi \,,$$ sowie ausgeschrieben:

(7)

$$A = L/2\pi v \int [v^2 + (1 - \cos\varphi)^2]^{1/2} \, d\varphi$$

Der Ausdruck ist wohl nicht in geschlossener Form integrierbar, d.h. durch elementare Funktionen darstellbar, und die formale Lösung gestaltet sich etwas schwieriger (ausführliche Diskussion führt zu „Torusfunktionen", die wiederum in Termen der Legendre-Funktionen ausgedrückt werden), aber numerisch, mit Hilfe des Rechners, erhält man schnell und in beliebig genauer Näherung die gesuchten Längen A nach Einsetzen von Werten für L und v, z.B. bei L = 1 und

$v = 1$: $A \approx 1{,}51317957664$
$v = ½$: $A \approx 2{,}37884325313$
$v = 2$: $A \approx 1{,}16263753287$. . .

Der „dynamische" Dorntorus zeichnet sich im Vergleich zum „statischen" dadurch aus, daß L nicht konstant gewählt wird und daß die Winkel φ und ω nicht mehr Positionsangaben auf der Torusoberfläche darstellen, also jeweils nur bis 2π laufen, sondern auch jeden Wert darüber annehmen können, was fortlaufende Wulstumdrehung bzw. Rotation bedeutet. Doch nur wenn ich über einen „Taktgeber" als Referenz für solche dynamische Vorgänge verfüge, kann ich von (Winkel-)„Geschwindigkeiten" sprechen. In diesem Zusammenhang sind dies Abroll- und Rotationsgeschwindigkeit (erstere nannte ich „wu", entsprechend heißt letztere „ro"). Mit der periodischen Schreibweise für ω, also

(8)

$$\omega = 2\pi m + \omega' \,, \quad m \in \mathbf{N} \,, \quad 0 \leq \omega' < 2\pi$$

ist eine volle Rotation ($\Delta M = 1$, $\Delta\omega = 2\pi$) definiert und in Kombination mit der Wulstumdrehung - ebenfalls periodisch -

(9)

$$\varphi = 2\pi l + \varphi' , \; l \in \mathbf{N} , \; 0 \leq \varphi' < 2\pi$$

entstehen auch „Marken“ für das Zählen der Rotationen (in Form der noch zu diskutierenden „Lissajous-Figuren auf der Dorntorusoberfläche“). Damit habe ich den gesuchten Taktgeber. Der Einfachheit halber setze ich ro = konstant, was ich nicht tun müßte, denn selbst eine wild variierende Rotationsgeschwindigkeit hätte keinen Einfluß auf dynamische Vorgänge, da diese alle auf jeweils „volle Rotationen“ bezogen werden - ohne Berücksichtigung, wie diese (volle Rotationen) erreicht wurden. Variation von ro muß auf Koordinaten außerhalb des Systems aus Toruskoordinaten bezogen werden, ist innerhalb überhaupt nicht feststellbar. Lediglich der - wenn man so will - „periodische Durchgang einer Marke durch den Bezugsmeridian“ ist alleine mit den verfügbaren Größen (L, φ, ω) beschreibbar. Es ist kein Spezialfall, also keinerlei Einschränkung der Allgemeinheit, wenn ich ro als konstant betrachte. Die Bedeutung als „Winkelgeschwindigkeit“ ist demnach nur Vorstellungshilfe und spiegelt keine tatsächlich existierende (dynamische) Größe wider.

Bild „Periodizität der Linearität der Periodizität...“

Es ergeben sich „Zahlen“beziehungen: wu ist proportional 1/L, dann auch ro·v und, da ro konstant, ebenso v. Im Punkt S, wo L = l ist, gilt somit v ~ 1/l, also wu:ro ~ 1:l. Bei Proportionalitätsfaktor 1 heißt dies, daß, während φ' ein mal um den Toruswulst läuft (L dann den Wert l + 1 annimmt!), ω' genau l + 1 Rotationen durchführt, 2π also l + 1 mal durchläuft. Bei $\Delta L = 1$ ist $\Delta m = l + 1$. Hieraus folgt, daß m die Summe aller l ist, in Formel - und gleich ausgerechnet

(10)

$$m = \Sigma\, i_{\;(i = 1 \ldots l)} = \tfrac{1}{2}\, l(l + 1)$$

Da sowohl l als auch m natürliche Zahlen sind, stehen nach (10) für m nur bestimmte Zahlen Z zur Verfügung:

(11)

$$\mathbf{Z} = \{1,3,6,10,15,21,28,36,45,55,66,78,91,105,120,136,153,171,190, \ldots \}$$

L < 1 ist nicht definiert, denn es stehen hier keine natürlichen Zahlen l zum „Abzählen“ oder „Messen“ zur Verfügung. L steht dann nicht mehr für GRÖSSE im gleichen Sinne wie bisher, sondern nur noch für die Anzahl l der Wulstumdrehungen. L wird jetzt zum Taktgeber der Rotation! Diese wiederum - M - bekommt neue Bedeutung, da sie jetzt mit natürlichen Zahlen gezählt werden kann (Mit Werten l für L > 1 abgezählt, kann M ja nur Werte $m \in \mathbf{Z}$ annehmen). Es gelten die gleichen - nur vertauschte - Beziehungen:

(12)

$$l = \Sigma\, i_{\;(i = 1 \ldots m)} = \tfrac{1}{2}\, m(m + 1) \; , \quad l \in \mathbf{Z}$$

Jetzt (ab)zählbar (M = 1, 2, 3, 4 ...), kann M die Bedeutung einer meßbaren Größe übernehmen. Nenne ich sie das „Maß“ der Rotation oder des Dorntorus bzw. - statt der Anführungszeichen: MASS. Mathematisch besteht völlige Symmetrie zwischen den beiden Größen MASS und GRÖSSE und es ist - im Einklang mit Spielregel 6 - ganz in mein Belieben gestellt, welche von ihnen ich als „grundlegend“ auswähle.

Die Bedeutungen von ro und wu als „dynamische“ Größen sind nicht exakt zu fassen, Ausdruck der Definition als reine Vorstellungshilfe und des Zugeständnisses an unsere Engramme von „Dynamik“. Aber man kann sie als vereinfachende Hilfsgrößen einführen und mit ihnen rechnen. Der schon als konstant gewählte Wert für die Hilfsgröße ro soll „h“ heißen. Entsprechend (Begründung wird als wesentlicher Bestandteil „des Prinzips“ nachgeliefert) setze ich auch wu = const., nenne diesen Wert „c“. c = 1 soll Abrollen der GRÖSSE 1 pro Rotation um MASS h bedeuten und genauso h = 1 eine Rotation pro abgerollter GRÖSSE c. Ich will den Dorntorus jetzt aufteilen in verschiedene Fälle und diese mit Namen versehen:

L < M : „äußerer“, „großer“ oder „Makro“-Dorntorus DL
L > M : „innerer“, „inverser“ oder „Mikro“-Dorntorus DM
L = M : „Einheits“-Dorntorus „μ“ (L = M gilt für L = M = 1)

Andere Fälle, insbesondere auch Zulassen von Null und negativen Werten sollen später zur Sprache kommen. Andere Größen nicht! Die bisher aufgetauchten reichen zur Entwicklung des Bildes aus. Abgeleitete Beziehungen, aus denen sich Größen konstruieren ließen, werden sich als Eigenschaften der GRÖSSE L - der Grundlegenden Größe aus Etappenziel 6 - herausstellen. Die Geometrie aber, Werkzeug zur Konstruktion des Bildes, Hilfsmittel zum Erkennen von Größen in diesem Bild und Gedankenstütze für die Abstraktion von hinderlichen Engrammen - sie reicht nicht aus. Sie muß erweitert werden.

Blinder Spiegel und Gottesblume

Erweiterung der *Geometrie* heißt, wenn ich Abstraktion im Sinn habe, Reduzierung ihrer Axiome. Nicht ein einzelnes, wie etwa das Parallelenaxiom, will ich verwerfen, sondern radikal alle. Ziel ist ja weder eine „nichteuklidische Geometrie“ noch irgend eine andere *Spielart* des Raumes der Anschauung. Als ein den Zahlen und der Arithmetik assoziiertes *Bild* - in Worten beschreibbar - bleibt Geometrie dann nicht länger Zweig der Mathematik, wird vielmehr ein semiotisches und/oder auch psychologisches Hilfsmittel, die Bedeutung der *reinen Zahlen* zu verstehen. Zahlen *sind* grundlegender als jedes Bild, und Arithmetik ist vielfältiger als jede noch so ausgeklügelte Geometrie. Zahlen reichen aus, die komplexe Welt, so wie sie sich in unseren Köpfen widerspiegelt, in Regeln und Gesetze zu fassen. Geometrie wird zum Spiegel, der das Bild in unser Bewußtsein wirft. Aber: Axiome wählen aus, schränken ein, filtern und verzerren! Zu viele solcher Bedingungen machen den Spiegel blind, und statt des Bildes, das er werfen soll, sehe ich schließlich bloß ihn selbst. Für „naturgetreue“ Abbildung brauche ich den „bedingungslosen, nur einfach geschliffenen Spiegel“ - eine axiom-minimierte Geometrie.

An den für eine Arithmetik notwendigen und hinreichenden Axiomen der Mengenlehre will ich nicht rütteln („von irgend etwas muß man ausgehen!“), jene aber, die dem Raum der Anschauung zugrunde liegen (bzw. umgekehrt: die aus diesem abgeleitet sind), muß ich - zum zigten Male - der Vortäuschung falscher Tatsachen bezichtigen. Zumindest, wenn sie zur Erklärung einer Fundamentalen Physik herangezogen werden. Physikalische Entitäten halten sich an nicht ein einziges Axiom der Geometrie, die für die „natürliche“ gehalten wird. Die Existenz von Zahlen aber - reine Zahlen mit Regeln zum Rechnen mit ihnen - ist auf genau dieselbe Weise grundlegend für eine reale Welt wie die Existenz physikalischer Entitäten Voraussetzung und Grund für die Beschreibbarkeit (= *jeweilige* Realität) aller physikalischen Objekte ist.

Ab einer bestimmten Stufe der Abstraktion (von Engrammen) sind Zahlen und Entitäten ein und dasselbe. Eine *adäquate* Geometrie muß ein Bild der Arithmetik nachzeichnen und nicht umgekehrt Quelle für Eigenschaften von Zahlen sein. Zahlen sind ursprünglicher. Sie existieren auch ohne Geometrie und ohne jemanden, der mit ihnen rechnet. Zahlen rechnen mit sich selbst. Sie „zählen und vergleichen sich gegenseitig“. Ihre Arithmetik ist dynamisch! Deren einfache Regeln verleihen der Menge aller Zahlen und der Menge aller sich aus ihnen bildenden Mengen von Zahlen die Struktur, die wir als physikalische Welt beschreiben. Und so „einfach“ wie die Zahlen selbst, müssen auch die Axiome einer passenden - *dynamischen* - Geometrie sein.

Bild „Gottes blinder Spiegel“

Ein Zweck der begleitenden Bilder ist, eine Korrespondenz zwischen komplex *erscheinender* Geometrie und recht einfacher Arithmetik aufzuzeigen. Deshalb an dieser Stelle ein Wort zur Technik der Bildentstehung (Anlaß ist auch die Blasphemie in der Zeichnung dieser Rückseite*, die beim arglosen Versuch, die „Geometrie der Natur" als Blume zu versinnbildlichen, zufällig aufgetreten ist. *Dieses* Späßchen, auch wenn es plump und demonstrativ wirkt, will ich ausnahmsweise nicht aus dem Text zwischen die Zeilen verbannen!): Grundeinstellung der Parameter für den Algorithmus des Rechners ist stets der Dorntorus mit Koordinaten (L, φ, ω), in komplexer Darstellung $L_\varphi e^{i\varphi}$ für Abrollen und $L_\omega e^{i\omega}$ für Rotation, wobei zunächst $L_\varphi = L_\omega = L$ ist. In Bild 14 ist nun L_φ multipliziert mit (2 + sin5ω) - für die Fünfblättrigkeit -, L_ω verkleinert auf ca. ein Drittel - Dorntorus nähert sich damit mehr der Kugelgestalt. Variation der Torusform kommt erst bei Projektion auf die Bildschirmebene herein: y-Achse wird um ca. 20% gedehnt, der L_ω entsprechende Kreis in horizontal liegende Ellipse hoher numerischer Exzentrizität übergeführt - beides dient lediglich der Anpassung an die Bildschirmdimension, d.h. Bildfüllung. Neigung der komplexen L_φ-Ebene schwankt nutationsartig mit Auslenkung 7 Grad und Periode 10 sinusförmig um die Vertikale zu L_ω - das macht den Schwung in der Blattform. Perspektive 70 Grad, Verzerrungsfaktor hinten:vorn 0,5. Gezeichnet sind die Breitenlinien 180 bis 258 im Abstand 3 Grad. *Mehr nicht!* „Signatur" entstand durch die Eingabe: zeichne die Breitenlinien 246 bis 258 zwischen den Längen 324 und 348 in intensiv schwarz nach. Kein Punkt ist von Hand eingesetzt, nur der Hintergrund noch ausgefüllt. Auf ähnlich einfache Weise, durch Variation ganz weniger Parameter (von 40), entstanden auch die übrigen Bilder und zwar mit demselben Algorithmus, nur durch Eingabe dieser wenigen Zahlen in die Programmschablone, was sehr schnell mit Hilfe dreier Menüs oder - nach Übung - noch schneller per Dialogverzweigung geschieht.
Einfachheit der Entstehung - Arithmetik - und Komplexität der Darstellung - Geometrie - machen einerseits die Komplementarität des Dorntorus deutlich, weisen andererseits aber unmißverständlich auf die Diskrepanz zwischen Zahl und Bild - zwischen Arithmetik und Geometrie - hin. Für das Verständnis der Zahlen sind die Bilder in den kartesischen Koordinaten der Zeichenblatt- oder Bildschirmebene nicht adäquat, solange man ihnen verhaftet bleibt und nicht durch den „blinden Spiegel" hindurch - kontemplativ - die ebenso einfache Geometrie der Dorntoruskoordinaten entdeckt. Kontemplation zeigt den Weg zu den Fragen, und der einzige - vielfach verwundene - Weg allen Erkennens ist, die *richtigen* zu finden. Sie enthalten die Antwort. - (Nichtbeachten *dieser* Spielregel macht auch Philosophie zu einer pragmatisch-phänomenologischen Wissenschaft.)

* Anm.: Der Schriftzug „GOTT" links der Mitte war nur beim Zeichnen mit VGA-Auflösung 600x480 zu erkennen, dann aber unübersehbar deutlich. Um keine weitergehenden Assoziationen, Mutmaßungen oder gar Interpretationen aufkommen zu lassen, verzichte ich hier auf die Wiedergabe der ursprünglich abgedruckten einfarbigen Abbildung. (Nachtrag 2018: *Hier* gibt es doch noch ein Foto des Drucks von 1998. Autor ist aber immer noch Atheist :-)

Axiome und Eigenschaften

Nun ist es wirklich an der Zeit - so oft angekündigt -, *„Das Prinzip"* endlich zu formulieren. Ich will es - wenig spektakulär - mit Hilfe einer ganz banalen kybernetischen Betrachtung einführen: Wieviele Rechenschritte sind nötig, um allein mit der „fundamentalen" Zahl Eins auf eine beliebige Zahl l zu zählen? Nicht l - nein, ½l(l+1) ! Nehme ich zum Beispiel l = 7. Das Zählen, *nur mit Eins!* - schrittweises Ausprobieren und Vergleichen -, sieht so aus:

```
· · · · · · · 1 ≠ 1+1+1+1+1+1+1,  also weiterzählen
· · · · · · 1+1 ≠ 1+1+1+1+1+1+1,  weiterzählen
· · · · · 1+1+1 ≠ 1+1+1+1+1+1+1,  weiter
· · · · 1+1+1+1 ≠ 1+1+1+1+1+1+1,  weiter
· · · 1+1+1+1+1 ≠ 1+1+1+1+1+1+1,  weiter
· · 1+1+1+1+1+1 ≠ 1+1+1+1+1+1+1,  weiter
· 1+1+1+1+1+1+1 = 1+1+1+1+1+1+1   STOP.
```

Zum Zählen der Zahl 7 habe ich 28 Einsen benötigt! $28 = 7 \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot (7+1)$ oder allgemein (Dreiecke beachten): Zum Zählen der Zahl l mit der Einheit Eins sind $m = \frac{1}{2}l(l+1)$ Rechenschritte notwendig. Dies ist uns schon begegnet als Anzahl der Rotationen (= „Taktgeber"), die der dynamische Dorntorus benötigt, um - beginnend mit GRÖSSE L = 1 - die GRÖSSE L = l anzunehmen. Und wächst er weiter auf GRÖSSE l', rotiert er weitere $\frac{1}{2}l'(l'+1)-\frac{1}{2}l(l+1)$ mal. Zähle ich zum Beispiel von 7 weiter auf 12, diesmal abgekürzt geschrieben:

$7+1 \neq 12$, weiterzählen
$7+2 \neq 12$, weiter
$7+3 \neq 12$, weiter
$7+4 \neq 12$, weiter
$7+5 = 12$ STOP.

Die Summe der Zahlen links (zum Weiterzählen benötigte Anzahl Einsen) ist $50 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (12+1) - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot (7+1)$. Das ganze Geheimnis einer einfachen, zahlengemäßen („adäquaten") Geometrie ist, diese Arithmetik als Bild nachzuzeichnen. Ich bin dabei, dies zu tun und stoße dabei auf Gesetzmäßigkeiten, die sich in Worten etwa folgendermaßen zusammenfassen lassen:

Definition 1 :
Ein „dynamischer Dorntorus" ist die einfachste geometrische Figur, die zwei periodische Vorgänge - „Abrollen" (l) und „Rotieren" (m) - in einem Bild gekoppelt symbolisiert.

Zur Semantik : „dynamisch" entspricht dem normalen Engramm von „sich verändernd", „nicht ruhend"; „einfachst" steht für „mit der geringsten Anzahl notwendiger Parameter (hier: Bestandteile) beschreibbar"; „periodischer Vorgang" ist nicht einfach etwas „sich Wiederholendes", sondern entsteht durch die gegenseitige Zuordnung einer kontinuierlichen Veränderung und einer stufenweisen (in diskreten Schritten ablaufenden); „Abrollen" (des Dorntoruswulstes) ist das *Bild* einer solchen Zuordnung, nämlich der kontinuierlichen Größe φ und der Größe l, definiert in (9), „Rotieren" (um Symmetrieachse des Dorntorus) entspricht $\omega \leftrightarrow m$ in (8); „Bild" und „symbolisiert" soll darauf hinweisen, daß es sich - wie beim dreidimensionalen euklidischen Raum der Anschauung auch! - um eine rein abstrakte Vorstellungshilfe handelt, ein Analogmodell, ohne jede konkrete, faßbare Realisierung in der „Natur".

Bild „alle Magie in fünf Sätzen"

Das Prinzip, nun, steckt in den folgenden, wenig aufregenden, „Axiomen" (im Sinne von schlicht „Aussagen"). Das erste resultiert aus der eben genannten Zuordnung (9), mit der aus einer rein fiktiven kontinuierlichen Größe φ die Folge der natürlichen Zahlen extrahiert wurde.

Axiom A (wie Abrollen) :
Abrollen des dynamischen Dorntorus geschieht in diskreten Schritten.

Aus den Betrachtungen über die ebenfalls fiktiven Größen wu und ro wurden die Beziehungen (10) für den großen Dorntorus und (12) für den inversen gewonnen, nicht ganz mathematisch exakt zwar, mehr intuitiv, weshalb in der folgenden Aussage die Ableitung gar nicht benutzt wird.

Axiom B (wie Beziehung) :
Abrollen und Rotieren stehen in fester Beziehung zueinander.

Der *Wert* der einen Größe wird mit dem jeweils anderen *Vorgang* „abgezählt". Diese gegenseitige Abhängigkeit habe ich mit dem Begriff „Taktgeber" zu veranschaulichen versucht. Und um den Takt, die Zählrate genauer, geht es auch im folgenden, was allerdings noch der näheren Erläuterung bedarf.

Axiom C (wie const.) :
Die kleinste Schrittweite des Abrollens ist c = const., die des Rotierens h = const.

Stelle ich mir einen beliebig großen, sich abrollenden und rotierenden Dorntorus vor, dessen beliebig große Abroll*winkel*geschwindigkeit wu nach einer festen, eineindeutigen Vorschrift von der GRÖSSE des Dorntorus abhängen soll (ich hatte umgekehrte Proportionalität angenommen). Daß die Rotationswinkelgeschwindigkeit ro wegen Fehlens einer Bezugsgröße ohne Einschränkung der Allgemeinheit als konstant angesehen werden kann, habe ich schon angesprochen. Ähnlich ist die Wahl einer beliebigen *konstanten* Schrittweite für die GRÖSSEN-Änderung lediglich das Herausgreifen bestimmter Argumente für die eineindeutige Vorschrift - die Vorschrift selbst wird davon in keiner Weise berührt. Auch hier ist es keinerlei Einschränkung der Allgemeinheit, die Schrittweite als konstant zu betrachten. Ihr Wert ist völlig gleichgültig - das Verhalten des Dorntorus ist unabhängig davon. Um bei den natürlichen Zahlen zu bleiben, wähle ich c = 1 für das Abrollen, h = 1 für die Rotation. Hierzu, zur Konstanz der Schrittweite, was gleichbedeutend mit konstanter Abrollgeschwindigkeit ist (jetzt in *GRÖSSEN-Einheiten* gemessen!), später mehr. Hier zunächst, als Ergänzung der umgangssprachlich laxen Formulierungen, eine mathematische Definition, die das bisher gesagte inklusive der Eingangsbetrachtung über Anzahl Rechenschritte zusammenfaßt: Ich bilde aus der Menge **N** der natürlichen Zahlen eine neue Menge **DL** mit Zahlenpaaren (l, m) als Elemente, welche die Bedingung $m = ½l(l+1)$ erfüllen, benutze also ganz herkömmliche Arithmetik mit Addition und Multiplikation natürlicher Zahlen (wobei das ½ schon „ein wenig" Division enthält), vereinige diese Menge mit einer weiteren, **DM**, von Paaren (l, m) mit der Eigenschaft $l = ½m(m+1)$ zur Menge **D**, deren Elemente also folgendermaßen definiert sind:

Definition 2 :
$(l, m) \in D = \{ (l, ½l(l+1)) \} \cup \{ (½m(m+1), m) \}$
$l, m \in N.$ ***D heiße „dynamischer Dorntorus".***

Für die linke Teilmenge **DL** gilt natürlich $l \le m$, für die rechte, **DM**, $m \le l$. Das Einselement (1, 1) ist doppelt vertreten, es kommt in beiden Teilmengen vor. (Zählt man Null zu den natürlichen Zahlen, kommt auch das entsprechende Element (0, 0) doppelt vor). Mit dieser Definition beinhaltet „dynamischer Dorntorus" alle seine vorkommenden GRÖSSEN und MASSE.

Axiom D (wie Dorntorus und wie Dynamik) :
Der Dorntorus - als Menge D alle Werte für GRÖSSE (l) und MASS (m) sowie deren Arithmetik repräsentierend - existiert nur in seiner dynamischen Form.

Ein statischer Dorntorus benötigt, um irgend einen Sinn zu machen, zusätzlich einen Raum, in den er hineingestellt, eingebettet, ist. Der dynamische Dorntorus ist durch sein *Verhalten* charakterisiert. Er muß nicht mit Hilfe weiterer Parameter beschrieben werden. Hält er an, ist er verschwunden! Der beiläufige Nebensatz zwischen den Gedankenstrichen hat es in mehrfacher Hinsicht in sich, und ich will seine Bedeutung in einem eigenen Satz - vorerst Behauptung - hervorheben. Es ist nichts weniger als das Ziel des Spiels.

Aussage E (wie Eigenschaften und wie Entität) :
Der dynamische Dorntorus ist die Grundstruktur einer Geometrie, deren Eigenschaften analog sind dem Verhalten von Zahlen und damit auch dem Verhalten physikalischer Entitäten und Größen.

Soweit die 5 Aussagen. Man kann, so man will, aus der Menge D mit einer geeigneten Arithmetik den kompletten „Körper der Dorntoruszahlen" bilden. Ich verzichte an dieser Stelle darauf, übergebe die Aufgabe in die Zuständigkeit der Mathematiker. Gewisse *Eigenschaften* lassen sich auch im *Bild* des Dorntorus weiterverfolgen. Das war ja auch die ursprüngliche Intention des ganzen Spiels, nämlich ein Bild, ein Modell, eine zu den Zahlen passende Geometrie zu entwerfen. Blicke ich zurück auf die Spielregeln, kann ich resümieren, den Etappenzielen ein gut Stück näher gekommen zu sein. Es zeichnet sich schon ab, daß aus der Kombination Abrollen und Rotieren eine ganze Menge Eigenschaften mit komplexer Struktur resultiert (Etappenziel 2), daß diese Eigenschaften alle auf demselben Prinzip beruhen, welches als Kandidat für Etappenziel 3 und die Spielregeln 4 und 5 in Frage kommt und daß diese Eigenschaften, die sich im Bild ergeben, auch mit *Zahlen* nachvollzogen werden können. GRÖSSE ist schon grob identifiziert, Etappenziel 6 also in greifbarer Nähe, und die übrigen kommen demnächst zur Sprache. Im Vorgriff darauf will ich eine Art von Eigenschaft ankündigen, die sowohl im Bild sehr schön anschaulich zu entdecken ist, als auch bei den Zahlen nicht der Symmetrie und Ästhetik entbehrt: Es lassen sich mathematische Konstanten wie π, Eulersche Zahl e, Eulersche Konstante C und dergleichen, Bedeutung der Primzahlen, sowie ganz allgemein Potenzreihenentwicklungen von Funktionen, Summenwerte numerischer Reihen und Grenzwerte von Produktfolgen als - den bekannten „Lissajous-Figuren“ in der Ebene analoge, aber vielfach komplexere - „Abrollinien“ auf der Dorntorusoberfläche darstellen und deren Länge berechnen. Viele physikalische Methoden bis hin zu den erfolgreichen Pfadintegralen in Quantenfeldtheorien bekommen dadurch direkte anschauliche Bedeutung.

Bild „Entität - Galaxie der Eigenschaften“

Metrik und Raum

Zwei Größen zum Charakterisieren des dynamischen Dorntorus stehen nun also zur Verfügung: MASS und GRÖSSE. Sie sind völlig symmetrisch und gleichberechtigt definiert und entsprechend den beiden Teilmengen **DL** und **DM** lassen sie den Dorntorus in zwei Anteile zerfallen: L < M und M < L. Ein trennendes Element, aber gleichzeitig auch ein verbindendes, da in beiden Teilmengen vorkommend, ist das für L = M, nämlich (1, 1). Lasse ich L = 0 und M = 0 zu, kommt als ebensolches noch (0, 0) hinzu. Abrollen und Rotieren geschieht mit der Schrittweite c respektive h. Beide sind dynamische Vorgänge - keiner hält jemals an! - und beide stehen in fester Beziehung zueinander. Rotiert der Torus, rollt er auch ab - und umgekehrt. Rotiert er um die kleinste Einheit h des MASSES M, rollt er seine kleinste Einheit c der GRÖSSE L ab - und umgekehrt. Nach m Rotationen um h hat er m mal die GRÖSSE c abgerollt, nach l-maligem Abrollen von c - wiederum Identität - l mal um sein MASS h rotiert. h und c sind - ohne Einschränkung der Allgemeinheit - Konstanten und nach den bisherigen Betrachtungen - da sie kleinste Einheiten, aber auch natürliche Zahlen sind - jeweils gleich Eins. Dieses völlig simple Verhalten ist die Quintessenz der Axiome und - trotz, oder spielregelgemäß gerade wegen dieser geradezu peinlichen Einfachheit - das eigentliche Prinzip. Ich will es hier explizit und endgültig formulieren:

„ Das Prinzip “

Der dynamische Dorntorus rotiert pro abgerollte konstante GRÖSSE c um sein MASS h.

„Und diese armselige Banalität soll die unbeschreiblich reiche Welt der Zahlen widerspiegeln? Soll helfen, den fest geknüpften Euklidischen Knoten zu entwirren? Soll Schlüssel sein für ungelöste Rätsel der Natur, soll Unstimmigkeiten und Widersprüche aus deren Bild entfernen, nicht erkennbare Zusammenhänge in den Beschreibungen herstellen, erkenntnistheoretische Lücken schließen, unbefriedigende Interpretationen ersetzen können? *Das kann nicht sein!*“. . . . Ich verspreche nichts. Nur mein Spiel will ich gerne weiterspielen: Es geht um Metrik. Metrik ist die tiefere Aussage „des Prinzips“, deshalb auch die Formulierung unter dieser Überschrift. So wie Zahlen - dynamisch betrachtet - sich gegenseitig zählen können, Einheit Eins benutzend, so mißt der dynamische Dorntorus sich selbst - seine GRÖSSE und sein MASS - mit Hilfe seiner GRÖSSE c und seines MASSES h.

Formuliert ist „das Prinzip" mit Bedacht etwas asymmetrisch. Ich hätte ja z.B. auch die Umkehrung noch hinzufügen können: „ ... und rollt pro Rotation um sein MASS h die konstante GRÖSSE c ab". Aber selbst dies wäre noch genauso asymmetrisch: 'sein' steht nur bei MASS und 'konstant' nur bei GRÖSSE. Die Begründung für diese Akzentuierung folgt aus einer später zur Sprache kommenden „BeDeutung". Hier, vorerst, gebe ich lediglich den Hinweis, daß eine gewisse Asymmetrie der beiden Größen MASS und GRÖSSE doch besteht, entwickle das weitere Bild allerdings bereits unter diesem Aspekt und beziehe den Begriff „Metrik" nur auf GRÖSSE. Außerdem will ich mich auf den „äußeren", „großen" oder „Makro"-Dorntorus **DL** beschränken. Letztere Bezeichnungen für diesen Anteil des Dorntorus, dessen GRÖSSEN L definitionsgemäß ja kleiner sind als M, scheint zunächst ein Widerspruch. Er löst sich jedoch schnell auf, wenn man sich in Erinnerung ruft, daß der Torus, je größer er ist, mehr Rotationen um h für die GRÖSSEN-Änderung um die Einheit 1 benötigt und damit auch mehr „Abrollstrecken" der GRÖSSE c. Zur Wiederholung: Um von GRÖSSE $L = l$ auf $L = l + 1$ überzugehen, muß er $l + 1$ mal um h rotieren und entsprechend die Abrollstrecke $(l+1)\cdot c$ „zurücklegen". Genau wie bei den Zahlen, die zum Weiterzählen von l auf l' $\frac{1}{2}l'(l'+1)-\frac{1}{2}l(l+1)$ Rechenschritte benötigen, bei Änderung um 1 also $\frac{1}{2}(l+1)(l+2)-\frac{1}{2}l(l+1) = l+1$. Und die Gesamtzahl m der Rotationen bis zum Erreichen der GRÖSSE $L = l$ war ja $\frac{1}{2}l(l+1)$, also stets $l < m$ und damit auch $L < M$. (Je öfter man den Mechanismus durchspielt, desto klarer wird das Bild. Zum Spiel gehört das Training! Und mein beharrlicher Versuch, das Modell - die Geometrie -, wo immer möglich, in Umgangssprache zu beschreiben, soll die Gefahr vermeiden, vom angestrebten und langsam sich entwickelnden *Bild* zu früh - und dann in nichtssagenden, *bedeutungs*losen oder illusionären Formalismus - abzugleiten.)

Im Punkt S hat der Dorntorus immer eine bestimmte GRÖSSE $L = l$. Ändert er seine GRÖSSE, ist S zwar immer noch „an gleicher Stelle" - im Mittelpunkt oder Symmetriepunkt -, aber dieser Punkt S ist ein anderer! Durch die GRÖSSEN-Änderung des Dorntorus durchläuft sein Mittelpunkt eine ganze Folge von Punkten S - ohne sich je „von der Stelle zu bewegen". Um zu bezeichnen, welche GRÖSSE der Punkt S gerade repräsentiert, wird *diese* Angabe als sein Merkmal benötigt. Nun kann ich mir auch zwei, mehrere oder sehr - gar unendlich - viele verschiedene Dorntori vorstellen, die jeweils ihre Punkte S gemeinsam haben. Sie sind gewissermaßen „ineinander geschachtelt". Der gemeinsame Punkt S stellt dann eine ganze *Kombination* von - zu den verschiedenen Dorntori gehörenden - Punkten S dar. Diese Kombination ist eine Aufzählung aller vorkommenden, hier vertretenen GRÖSSEN der Dorntori. Dies ist genau Inhalt der Spielregel 7, wenn ich dort „Entität" durch „Dorntorus" ersetze!

Bild „Punkt S? - Ja, er kennt die Welten"

Damit ist also, ohne überhaupt den Begriff „Raum" eingeführt zu haben, schon der „Raumpunkt" definiert. Dieser einzelne Raumpunkt gibt schon Auskunft über die (GRÖSSEN-)Verteilung der gesamten Menge ineinander geschachtelter Dorntori. Ein *einziger* Punkt repräsentiert das *ganze* System! Aber der Punkt ist nicht allein. Alle Dorntori sind dynamisch. Sie rollen sich ab und zwar alle „simultan" und schrittweise um die konstante GRÖSSE c. (Die ebenfalls simultane und schrittweise Rotation lasse ich für den Moment noch außer Betracht.) Jeder Dorntorus ändert seine GRÖSSE $L_i = l_i$ um 1 genau dann, wenn $l_i + 1$ mal die GRÖSSE c abgerollt wurde. Bei bestimmter Abrollstrecke $(l_n \cdot c)$ haben alle Dorntori mit $L_i \leq l_n + 1$ ihre GRÖSSE bereits geändert, kleinere eventuell mehrfach, Dorntori mit GRÖSSE $L_i > l_n + 1$ ihre alte GRÖSSE noch beibehalten. Bei gegebener Ausgangs„konstellation" (bei einem bestimmten Punkt S mit allen dort vertretenen GRÖSSEN von Dorntori) steht fest, wann (nach welcher Abrollstrecke) die GRÖSSEN der einzelnen Dorntori sich jeweils um 1 ändern. „Das Prinzip" trifft also völlig deterministisch die Auswahl der nächsten, übernächsten und jeder folgenden Konstellation. Die Anordnung oder Aufeinanderfolge der Raumpunkte ist dadurch eindeutig festgelegt. Jede einzelne Änderung einer Dorntorus-GRÖSSE ergibt eine neue Konstellation, eine andere Kombination von GRÖSSEN, kurz: einen anderen Raumpunkt. Die Gesamtzahl der erfolgten Änderungen ist endlich - um so geringer, je kleiner die herausgegriffene GRÖSSE l_n ist - eben gerade gleich der Anzahl durchlaufener Punkte S mit verschiedenen Konstellationen oder, schließlich, gleich der Gesamtzahl der Raumpunkte „innerhalb" der Abrollstrecke $(l_n \cdot c)$.

Die Raumpunkte sind diskret „verteilt", von Kontinuum keine Spur, ganz im Gegenteil: je mehr ich mich einem bestimmten Raumpunkt nähere (kleines l_n), desto kleiner wird die „Dichte" der Punkte: es gibt weniger Änderungen der l_i.

Bild „am Ende des Raumes und der Felder"

Hier unmittelbar die *Definition* des „Raumes" anzuschließen böte sich an. Doch nach den vorausgegangenen Verrenkungen ziehe ich es vor, dieser ein paar allgemeinere Betrachtungen voranzustellen. Erst soll das Bild, das die Raumpunkte allein schon abgeben, schlüssig eingerastet sein. Das Ausgangsbild ist einfach, jeder Schritt ist einfach, dann doch auch das nun halbfertige Bild. Genauso einfach und grundlegend soll die Definition des Raumes sein, ohne daß ich dabei auf eine Reihe weiterer Axiome zurückgreifen muß oder gar auf Eigenschaften, die durch den so definierten Raum selbst erst entstehen. Eben dies ist der Fall beim linearen Raum der Anschauung. Seine Metrik entsteht ad hoc erst, wenn der Raum schon fertig etabliert ist. Seine Metrik ist nicht im Raum enthaltene gesetzmäßige Eigenschaft. Sie ist hinzugefügtes Maß, das wirksam wird, wenn ich den a priori leeren Raum mit Dingen fülle. Sein Vorteil ist zwar, daß diese Dinge beliebig ausgedachte Objekte sein können - die Metrik paßt sich an, selbst komplexen Objekten wie Superstrings - aber einfach ... ? Mein Kriterium für Einfachheit ist Zwangsläufigkeit. Eigenschaften müssen aus wenigen aufgestellten Axiomen zwingend folgen. Metrik ist eine Eigenschaft des Raums. Ich verlange vom Raum, selbstmetrisierend zu sein. Und ich denke wohlgemerkt auch schon an physikalischen Raum. Jede seiner Eigenschaften soll eine Deutung zulassen, soll schon eine physikalische Bedeutung in sich tragen. Leerer Raum muß daher ausgeschlossen bleiben. Der Raum muß schon vor seiner Definition Objekte enthalten: Entitäten, die ihn füllen, die ihre Gesetze selbst erzeugen und auch Gesetze, die den Raum beschreiben und erlauben, ihn zu vermessen. Entitäten sind grundlegender als Raum. Sie definieren ihn! Sie *sind* die „Koordinaten" des Raumes. Sie legen *sich selbst* als Maßstab an, denn sich selbst, das haben wir gesehen, können sie messen. Das haben wir gesehen? Entitäten waren doch noch gar nicht Thema! Aber mit diesem „Versprecher" habe ich jetzt besiegelt, was längst zwischen den Zeilen zu lesen war: Den dynamischen Dorntorus nenne ich eine physikalische Entität. Und da es - spielregelgemäß - nur eine solche gibt, sind beide Bezeichnungen Synonyme. Jetzt also geht es um den Raum der Entitäten, um physikalischen Raum. Damit kann ich Spielregel 8 als Definition übernehmen: „Physikalischer Raum ist die - durch Wirkung des steuernden Prinzips eingeschränkte - Menge aller möglichen Raumpunkte." Das steuernde Prinzip ist inzwischen formuliert, auf Axiome bezogen, und alles, was für den dynamischen Dorntorus gilt, kann ich auch auf Entitäten anwenden. Einziger Unterschied ist, daß ich „(dynamischer) Dorntorus" im Kontext mit abstrakter Mathematik, „Entität" bei physikalischer Deutung benutze.

> *Definition 3 :*
> ***Physikalischer Raum ist die Menge aller Raumpunkte, die gemäß den Axiomen für den dynamischen Dorntorus ineinander übergeführt werden können, und die ein Element enthält, das einer bestimmten ausgewählten Konstellation von GRÖSSEN aller Entitäten entspricht.***

Entitäten sind also nicht Objekte, die sich an einem Ort mit bestimmten Koordinatenwerten aufhalten. Entitäten *sind* die Koordinaten. So wie die Koordinaten des linearen *Orts*-Raumes an jedem Raumpunkt bestimmte, diesen Ort bezeichnende, Zahlenwerte besitzen, so ist im Dorntorusmodell *jede* Entität an *jedem* Punkt des Raumes mit einem, diese Entität selbst charakterisierenden, Zahlenwert präsent. Sie ist über den gesamten Raum verteilt. Nichtlokalität ist (per definitionem aut a priori) eine ihrer fundamentalsten Eigenschaften.

Modell und Bild

„Das Prinzip" ist in der Tat so simpel und banal, ununterbietbar schlicht, fast einfältig einfach - auf den ersten Blick das eines naiven Uhrwerkmodells. Aber es liefert erstaunlichste Gesetzmäßigkeiten und eine Fülle komplexer Strukturen. Es selbst ist kein Gesetz, wie auch die Spielregeln und Axiome keine Gesetze sind. Sie sind Gedankenstützen, Krücken und Eselsbrücken, mit denen analoges Verhalten simuliert werden soll, analog den Zahlen und analog tatsächlich Beobachtetem. Und gekoppelte periodische Vorgänge, aus denen „Natur" doch zum großen Teil - vielleicht ausschließlich - besteht (auch wenn die Physik der irreversiblen Prozesse uns vermeintlich etwas anderes glauben machen will), mit dem *Dorn*-Torus darzustellen, ist ja nicht ganz abwegig, eigentlich viel naheliegender als z.B. mit dem *Ring*-Torus, der ja - längst entdeckt - viel verwendet wird (siehe z.B. die versteckte, „zufällige Widmung" auf dem inneren Titelblatt. Anm.: fehlt hier, es ging um KAM) und der schon, auch als abstraktes vieldimensionales topologisches Gebilde mit Gruppeneigenschaften, hohen Gewinn beim Verständnis dynamischer Systeme geliefert hat. Auch die im Modell des dynamischen Dorntorus verwirklichte Ökonomie der Mittel und Voraussetzungen (*einfache* Mathematik, *natürliche* Zahlen und deren *Minimal* arithmetik) sollte Leitfaden bei der Suche nach einem einfachen Modell sein. Auf solch extremes Maß reduzierte Einfachheit, wie mit den Spielregeln gefordert und in den Axiomen formuliert, vorauszusetzen, muß zwangsläufig die Suche in ein Bild münden lassen, zu dem das des Dorntorus zumindest äquivalent ist. Es ist mit Sicherheit nicht das einzig mögliche, aber es ist genauso sicher repräsentativ für Bilder dieser Art.

Ich habe von *Determiniertheit* gesprochen, die ja längst „widerlegt", verpönt und aus der Physik verbannt ist (und an deren Stelle der mysteriöse „Zeitpfeil" getreten ist). Die Determiniertheit, die ich meine, spielt sich in der Ebene der Anordnung von Raumpunkten ab. In der Gesamtheit des Raumes, im Verhalten ganzer Ensembles von Entitäten, in ihren Eigenschaften, die sich später als ihre „Wechselwirkung" entpuppen werden, ist diese Determiniertheit nicht mehr zu erkennen. Bei jeder GRÖSSEN-Änderung, beim Übergang zu einem anderen Raumpunkt, verzweigt sich der Weg durch den Raum entsprechend der Zahl der Entitäten, die an diesem Raumpunkt einzeln „gemessen" werden. Greife ich einen bestimmten Dorntorus heraus, verfolge den Weg durch den Raum, den *die* Raumpunkte beschreiben, bei denen *dieser* Dorntorus gleichbleibende GRÖSSE hat, wähle also alle Punkte aus, bei denen dieser eine Wert konstant ist, dann beschreite ich *eine* Verzweigung. Dies kann ich für jeden Dorntorus tun und habe jedesmal eine andere Verzweigung gewählt. „Das Prinzip" erzeugt zwar Raumpunkte in eindeutig festgelegter diskreter Folge, einen nach dem anderen, das Ergebnis als deren Anordnung im Raum ist aber keineswegs perlschnurartig determiniert, sondern schon nach wenigen Schritten undurchschaubar verwoben. Der Raum wird durch die Wirkung des Abrollens, bei „kleinen" Dorntori in höherem Maße, fortlaufend „durchgeknetet" und jede Ordnung irreversibel entstellt. Dies ist *ein* Aspekt des Bildes, der - ist er erst mal eingefangen - jeden Zweifel an seiner Relevanz verfliegen läßt.

Ein anderer entsteht durch die Einführung der schon mehrfach angesprochenen „*Lissajous-Figuren* auf der Dorntorus-Oberfläche", den designierten Marken des Taktgebers für die Dynamik. Das Bild habe ich ausführlich in DornTorus (1) beschrieben, will es hier nochmals kurz wiederholen: Greife ich einen einzelnen Dorntorus heraus und bleibe auf seinem Pfad konstanter GRÖSSE. Seine Abroll*„winkel"*geschwindigkeit wu ist dann konstant, ro ohnehin. Für das folgende *Bild* verlasse ich vorübergehend die Geometrie der diskreten Raumpunkte, die ja nur von den Punkten S repräsentiert wird, und betrachte die *Oberfläche* des Dorntorus, die *nicht* zum Raum der dynamischen Dorntori gehört. Sie sei eine ganz normale, im Raum der Anschauung gekrümmte Fläche mit unendlich vielen, unendlich dicht liegenden Punkten. (Die sich ergebenden Folgerungen aus dem Bild werden diese Vorstellung nicht benutzen!) Ein markierter Punkt auf der Oberfläche (in DornTorus (1) hatte ich eine festgehaltene Bleistiftspitze benutzt) beschreibt während des Abrollens und Rotierens eine Kurve - die Abrolllinie -, die allein vom Verhältnis v = wu:ro abhängt. Am besten, ich zitiere den genannten Text:

„. . . Bei v = 1 sehe ich eine geschlossene Schlaufe, die nach einer Umdrehung und einer Rotation wieder in sich selbst übergeht, bei v = 2 sind es zwei Schlaufen nach einer Rotation, bei v = 3 drei, v < 1 ergibt eine Spirale, die den Punkt S in Richtung eines bestimmten Längenkreises verläßt, sich dann um den Dorn herumwickelt, bis zum Äquator immer größere Winkel mit den Längenkreisen, die sie schneidet, einschließt und dann in gleicher, umgekehrter Weise auf der anderen Seite des Torus zum Symmetriepunkt zurückkehrt.

Man stellt schnell fest, daß ganzzahlige Werte (v = n) n Schlaufen pro eine Rotation machen, Kehrwerte von ganzen Zahlen ergeben Spiralen, die, wie beschrieben, nach einer Umdrehung und n Rotationen in sich selbst übergehen, bei rationalen Verhältnissen (v = z/n) sieht man z Schlaufen oder Spiralen nach z Umdrehungen und n Rotationen. Irrationale Zahlen oder - die endliche Strichstärke des Stifts berücksichtigend - auch schon rationale Zahlen mit großen Werten von z und/oder n lassen die ganze Dorntorusoberfläche bedecken.

Natürlich entstehen diese Linien analog den Lissajous-Figuren bei der Überlagerung harmonischer Schwingungen unterschiedlicher Frequenz in verschiedene Richtungen. Ich will sie deshalb auch so nennen: 'Lissajous-Figuren auf der Dorntorus-Oberfläche', die einzelnen Schlaufen pro Umdrehung nenne ich 'Blätter', das ganze Gebilde dann 'n-blättrige Lissajous-Figur'. . ."

Bild „Blätter, Schlaufen und Spiralen"

Mit diesen Figuren kann ich nun eine Menge anfangen. Ich kann sie untereinander vergleichen und untersuchen, wie sie zusammenpassen, wie sie sich überlagern, wie dadurch neue Figuren entstehen, die ihrerseits wieder in die Überlagerungen eingehen, und wie sie sich damit gegenseitig beeinflussen oder auch ihr „Eigenleben" entwickeln. Der Vergleich findet nur im Punkt S statt, für den das Aussehen der Figur „weiter draußen" auf der Oberfläche unbedeutend ist, da diese außerhalb des Raumes - damit gar nicht definiert - ist. Hier, in S, geht es um die Marken, die jeweils die Rotation um h und die Abrollstrecke c anzeigen. Dabei treten Effekte auf, wie der - um den einfachsten zu nennen -, daß die n-blättrige Figur als Taktgeber nicht von der einblättrigen mit n-facher Rotationsgeschwindigkeit zu unterscheiden ist. Daß und wie dies zustande kommt, hat bereits physikalische Bedeutung und wird später erörtert, wie auch die anderen Effekte und das scheinbar sich einstellende Chaos der Überlagerungen - es sind ja *alle* Dorntori im Punkt S vertreten! -, das aber dank des einfachen zugrundeliegenden „Prinzips" in harmonische und beschreibbare Ordnung übergeführt werden kann. Doch zurück zur Oberfläche: Die Lissajous-Figur wird von einer Abrolllinie gebildet, deren Länge berechnet werden kann - auf großen Dorntori die eines spiraligen Gebildes, auf inversen die von geschränkten Schlaufen. Für den *euklidischen* Raum sind weiter vorn vier davon angegeben (unter Überschrift 'Zahlen und Größen': v = 0, ½, 1, 2). Für den *Dorntorus*-Raum muß diese Abrolllinienlänge anders definiert werden, innerhalb des Raumes streng die natürlichen Zahlen benutzend, außerhalb - das sei vorweggenommen - können als reines mathematisches Hilfsmittel durchaus auch andere Zahlen, zumindest die irrationalen, eingeführt werden, ein anschauliches Bild darstellend für den Zusammenhang zwischen Berechenbarkeit dieser Zahlen einerseits und physikalischen Größen bzw. Meßwerten andererseits. Doch darüber - über die physikalische Bedeutung - später mehr. *Beispiel:* GRÖSSE L in **DM** und MASS M in **DL** sind im Dorntorusraum gar nicht definiert. Die beiden Größen können für rein mathematische Behandlung, zur Unterscheidung vom jeweils anderen Dorntorus-Anteil und als Grundlage der Deutung, ihre „Verschränkung" assoziierend, mit Zahlen versehen werden:

Definition 4 :
Für DL sei MASS M = 1/l , für DM GRÖSSE L = 1/m .

Bereits durch Definition 2 ist der Dorntorus in zwei Anteile - nenne sie „Welten" - zerfallen: die große Welt der GRÖSSEN und die inverse der MASSE. Sie stehen an jedem ihrer Punkte miteinander in Verbindung durch das gemeinsame Abrollen und Rotieren ihrer Tori an den gemeinsamen Punkten S. Die großen Tori der „großen, äußeren oder Makrowelt" rollen sich nicht nur untereinander ab, sondern ebenso an allen in S vertretenen Tori der „kleinen, inversen oder Mikrowelt" - und umgekehrt. In den Punkten S zeigen alle Entitäten ihre Existenz an. Die ganze Welt ist in jedem ihrer Punkte versammelt! Sie besteht ausschließlich aus *singulären Punkten*.

Bild „die singuläre Quelle allen Zaubers"

Ein weiterer Aspekt des Bildes ist seine Selbstähnlichkeit oder spezieller: *„Skaleninvarianz"*. Dieser Begriff ist zwar schon von den Teilchenphysikern in Beschlag genommen als dimensionslos gemachter differentieller Wirkungsquerschnitt bei Streuexperimenten (und als Grundlage für den schwer engrammbeladenen 'Beweis' der Strukturlosigkeit oder Punktförmigkeit von Streuobjekten oder -zentren „mißbraucht"!), ich unterwerfe ihn aber für meine Zwecke eigenmächtig diesem Bedeutungswandel. Er trifft das Bild von den Dorntori, deren assoziierte Form und Verhalten steuerndes Prinzip ja unabhängig sind *von* ihren einzigen „Skalen" L und M, besser als z.B. die in theoretischen Überlegungen oft gewählten Ausdrücke 'Skalensymmetrie' oder 'Dimensionsinvarianz'. 'Symmetrie' ist im Bild ohnehin allgegenwärtig, 'Dimension' hat bei den Dorntori nichts verloren, weder als Merkmal des Raumes, noch als Komponente eines Maßsystems. Die allenfalls mögliche Alternative „Größeninvarianz" käme in Konflikt mit der spezielleren „GRÖSSEN-Invarianz". Hier bedeutet Skaleninvarianz, daß ich in das System ineinander geschachtelter Dorntori bei jeder beliebigen GRÖSSE und jedem beliebigen MASS einsteigen kann, selbst c und h (die Skaleneinheiten!) frei wählend, und doch - bei Beachten „des Prinzips" - immer auf das exakt gleiche Bild stoße mit exakt den gleichen Lissajous-Figuren und stets auch den Dorntorus (c, h) enthaltend. Diese freie Wählbarkeit von c und h mit der einzigen Einschränkung ungleich Null macht beide Werte, einmal ausgewählt und konstant gehalten, zu universellen, in der gesamten Dorntoruswelt gültigen, Einheiten, nach denen sich alles Verhalten richtet. Die „automatische Skalierung" von Größen und deren Eindeutigkeit durch Anwendung „des Prinzips" nenne ich *Selbstmetrisierung*. Und doch - trotz der daraus folgenden Unterscheidbarkeit aller vorkommenden Größen - ist Selbstähnlichkeit der Dorntori durch die Skaleninvarianz in höchstem Maße verwirklicht, und nichtsdestoweniger beliebig komplexer, prinzipiell aber auch zu ordnender, Strukturreichtum im Modell enthalten. Das ganze Bild - damit das Spiel - endet in einer

„ Harmonie des komplexen Chaos "

BeDeutung : Ohne Bedeutung

Hier verlasse ich die *einfach-schöne* Welt der reinen Zahlen. Sie nur sind wirklich und natürlich. *Sie* leben ihr unendliches Leben, ohne zu denken. *Ich*, als Objekt aus endlichen GRÖSSEN, ich brauche endliches Denken für Existenz und Wirklichkeit. Natürlichkeit entlehne ich den Zahlen - die Qualität, die sie *natürlich* macht -, stecke sie in meine ausgedachte Welt der Bilder und nenne diese Welt dann frech *„Natur"*. Doch nicht genug - jetzt muß ich deuten und beschreiben, ordnen, zählen und berechnen . . .

Wo soll ich beginnen? Wie habe ich zu verfahren? Was hatten andere dazu zu sagen? - Besuche ich die Hallen der hehren Physik! Schaue ich mich um in diesem grandiosen Museum genialer Kunst seiner vielen Erbauer, in diesem monumentalen Kulturgut der gesamten Menschheit. Sie *sind* beeindruckend, die unverrückbar wuchtigen Blöcke, die weite Räume überspannenden Dome, die in fernste Unendlichkeiten ausladenden Konstruktionen. Doch schnell aufkommende, unüberwindliche Agoraphobie hindert mich, die leeren Hallen zu durchschreiten. Ich fürchte, die Blöcke, Dome und Konstruktionen könnten plötzlich doch in sich zusammenstürzen und mich Winzling unter ihren Trümmern für immer begraben. Können denn die vielen, zwar stabilen und mit bewundernswürdig kunstvollen Verbindern ausgestatteten, doch recht isoliert aufgestellten, Säulen, Stelzen, Stützen und Streben, noch dazu aus völlig unterschiedlichen Materialien gefertigt, dieses mächtige Bauwerk, die zur Schau gestellte, fast megalomane, Großartigkeit, wirklich und auf Dauer tragen? . . . Ich ziehe mich wieder zurück in die Schlaufen und Blätter meiner Schneckenhaus-Spiralskulptur, in das filigrane Bild bescheidener *Einfachheit*, schlichter Vollkommenheit und graziöser Dynamik, finde diese Welt doch so viel *schöner*.

Zugegeben - Schönheit ist Gewohnheit und Einfachheit eine Frage der Erinnerung und ihrer Entdeckung. Doch mit *dieser* weicht anfänglich nur beiläufig gezollte und verhalten belustigte Skepsis nach kurzem abrupten Stutzen dem anhaltend langen ungläubigen Staunen und *jene* - die Schönheit - nimmt Form an als Bild. Schönheit ist Harmonie, ist Resonanz vertrauter Bilder, Erinnerung an Einfaches, das allein das vielfach verwundene, verwobene, verschachtelte Chaos des Denkens begründet. Künstlich Erdachtes ist „schön", wenn in Formen und Farben, Worten und Klängen, Formeln und Regeln die Harmonie im Denken des „Künstlers“ erkennbar mitschwingt, und wenn die „Kunst“ im Gedächtnis des Erlebenden vielfache Resonanzen der einfachen Wurzeln auszulösen vermag. (Meine pathetische, überschwengliche Freude schöpfe ich gerade aus dem Überwinden der im Vorspiel erwähnten Disharmonien - jetzt wieder zurück in Guanaja, Honduras, der Insel, wo „Alles“ begann.)

Bild „Vexierbild ohne BeDeutung“

Hier beginnen die *Interpretationen*, die mein Spiel erlaubt. Noch ohne Bedeutung sind die konstruierten, die mehr als die Spielregeln und Axiome benutzen. Als Beispiel für leichtfertiges Schließen will ich die ersten erwähnen: Natürlich war es purer Zufall, daß ich - wie in DornTorus (1) geschildert - beim ersten naiven Versuch, dem Modell Zahlenwerte zu entlocken, indem ich - ebenso naiv - den kleinsten der großen Dorntori (nach dem Einheitsdorntorus) mit dem Elektron assoziierte und von hier über die gesamte Abrolllinie des inversen Dorntorus integrierte, das Ergebnis 11,706 erhielt, das Verhältnis von Plankscher zur Elementar-Ladung, was quadriert 137,03 - den Kehrwert der Feinstrukturkonstante α - ergibt, bekanntlich Maß für die Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung. Doch ich hatte unerlaubt Regeln aus dem Euklidischen Raum benutzt! - Natürlich war es genauso Zufall, als - wie ebenfalls beschrieben - für die Länge derselben Abrolllinie mit derselben Rechenvorschrift und mit demselben Ausgangswert, diesmal aber nur bis zum Dorntorus mit vier (!) Blättern gerechnet, der Wert 2,07944 herauskam, was mit 2π multipliziert das Bogenmaß 13,0655 ergibt. Sinuswert dieses Winkels ist 0,47866. Der „schwache“ Winkel Θ_W = 28°36' hat denselben Sinus. Innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen kommt er als Maß für die Kopplung der vier (!) Austauschbosonen vor, die an der schwachen Wechselwirkung teilnehmen (γ, Z^0, W^+, W^-; auch Fermionen treten dabei als Vierergruppe auf !).

Auf einen weiteren Zufall führt folgende Überlegung: Die Abrolllinie zwischen dem kleinsten der großen und dem größten der inversen Dorntori, jetzt im neuen Bild, besteht aus deren GRÖSSEN und den dazwischenliegenden, also 2+1+½ = 3,5. Auch die Summe der MASSE ergibt analog 3,5. Projiziere ich in den dreidimensionalen Raum, betrachte ich also drei Systeme ineinander geschachtelter Dorntori *gleichzeitig*, wird die Anzahl der vorkommenden Raumpunkte mit 3 potenziert. Die Anzahl möglicher Vorgänge (z.B. alle Rotationen, Summe der MASSE h) ist, da jeder Punkt mit jedem anderen in Beziehung zu setzen ist, nochmal das Quadrat des Ergebnisses, also (3,5)^6 = 1838,265625. Der Wert liegt (zufällig) zwischen der Masse (jetzt nicht mehr MASSE!) des Protons und der des Neutrons, wenn die des Elektrons 1 ist.

Die Zufälle sind verblüffend, aber wenn man will und sich nach etwas Übung ein wenig Mühe gibt, kann Jonglieren mit Zahlen fast jedes Ergebnis liefern. Eines haben sie bewirkt: mich bei der Stange zu halten, diese Fortsetzung zu schreiben, um damit eigene Gedanken zu ordnen und die fixen von vielleicht doch kreativen Ideen zu trennen. Keinesfalls will und kann ich eine Abhandlung über Physik schreiben. Mit ihr selbst ist behutsamer umzugehen. Sie scheint sehr scheu und unnahbar, hat viele Fallstricke für ortsunkundige Eindringlinge ausgelegt, und ich muß auf der Hut sein, nicht gleich am Eingang zu stolpern und mit dem ganzen Portal in ihre Hallen zu fallen.

Zwischen zwei Welten

Mit der „Herleitung“ und Angabe von Zahlenwerten, die im Modell zweifellos stecken, möchte ich mich vorerst zurückhalten, vielmehr weiterhin das Bild detaillierter ausarbeiten, so daß mögliche Interpretationen nicht trickreich konstruiert und aus dem Zylinder gezaubert werden müssen, sondern sich aufdrängen und fast von selbst ergeben. Das hervorstechendste Merkmal des dynamischen Dorntorus, so wie mit den „Axiomen“ definiert, ist seine Symmetrie. Gemeint ist also nicht die euklidisch-geometrische, die zwar auch höchst bemerkenswert, aber nur als Assoziationshilfe relevant ist, sondern die Symmetrie der Größen. GRÖSSE L kann alle Werte $l \in \mathbf{N}$ annehmen und wird mit den Zahlen $m \in \mathbf{Z} \subset \mathbf{N}$ abgezählt - MASS M kann alle

Werte m $\in$ **N** annehmen und wird mit den Zahlen l $\in$ **Z** $\subset$ **N** abgezählt. Auch Grenzwertbetrachtung für l und m $\rightarrow \infty$ macht die Symmetrie deutlich: Zum Weiterzählen der GRÖSSE braucht man immer größere Zahlen m, das Anwachsen wird immer „langsamer", je größer der Torus wird, oder - andere Sichtweise: die hohe Zählrate der sehr großen Dorntori schrumpft beim Übergang zu kleineren (Stichwort für später: Rotverschiebung). Für das MASS gilt entsprechendes: Steigt es „über alle Maßen", nähert sich die „Zahlenstrecke" l zum Abmessen eines einzigen - des nächstgrößeren - MASSES unendlicher Länge (Stichwort: Beschleunigergröße zum Erreichen schwererer Massen). Diese Symmetrie, welche die Zahlen (l, m) in **DL** ununterscheidbar macht von den - vertauschten - (m, l) in **DM**, ist um so erstaunlicher, als die Dynamik mit einem *euklidischen* Dorntorus entwickelt wurde, bei dem Abrollen und Rotieren *grundverschiedene* Vorgänge sind. Abrollen wird mit Strecke (GRÖSSE) gemessen, Rotieren mit Winkel (MASS). Abrollen hat weder Achse noch festen Drehpunkt, Rotieren hat beides. „Gespiegelt" wird der dynamische Dorntorus am Einheitsdorntorus. Das Spiegelbild der einblättrigen spiraligen Figur L = 2 (alle spiraligen Figuren sind ein-blättrig) ist die zweiblättrige (aus zwei Schlaufen) bei M = 2. Euklidisch unvergleichbar, sind sie im dynamischen Bild genau das gleiche - nur eben gespiegelt. Für sehr große L streckt sich die Figur in der Nähe von S zur „fast geraden Linie", für große M hingegen wickelt sich dieselbe Linie zu einem winzigen Knäuelchen um S. Trotzdem - die Zahlen sind symmetrisch.

Bild „die Eine Welt zerfällt in Zwei"

Für ein und dieselbe Menge von Zahlen habe ich zwei geometrische Darstellungen, die verschiedener kaum sein können. Die eine ist das inverse der anderen, bezogen auf beider Einheit (1, 1). Und über eben dieses gemeinsame Element stehen sie auch in Verbindung miteinander, ein einziges einheitliches Bild bietend. Die beiden Darstellungen entsprechen zwei Welten. Die eine ist die große, die äußere oder Makrowelt, die mit GRÖSSEN, mit Meterstäben und Schablonen, mit Uhren und Laufzeiten vermessen wird, die andere die kleine, inverse oder Mikrowelt, die mit MASSEN, mit Massenskalen und Formfaktoren, mit Beschleunigern und Resonanzen durchmustert wird. In den Welten der Zahlen sind die ersten Elemente nach der spiegelnden Mitte die Dorntori der GRÖSSE 2 auf der einen, mit MASS 2 auf der anderen Seite. Von der großen Welt her kommend, trifft man an der Schwelle zur kleinen auf das Elektron, der Spiegel bleibt vorerst μ-steriös, die beiden Nukleonen gehören schon zur kleinen Welt, wobei eine ihrer beiden Schlaufen *als erste* durchlaufen wird, sie sich ansonsten aber in nichts von der anderen unterscheidet. Noch kleiner werdend, wandeln sich die zwei Schlaufen in drei (... constructing quarks ...), die im Spiegelbild schon keine so signifikante Entsprechung mehr haben. Die Mikrowelt vermehrt ihre Struktur mit zunehmenden MASSEN, die gespiegelte Makrowelt geht mit wachsenden GRÖSSEN in strukturarme Gleichförmigkeit über. Und trotzdem - die Zahlen bleiben symmetrisch!

Dominiert wird die große Welt von um die Dorne gewickelten spiraligen Abrollinien, hat damit, wie gesagt, wenig Strukturmerkmale. Nebeneinander liegende Linien, die sich also in ihren Zahlenverhältnissen (wu:ro) nur wenig unterscheiden, haben bereits eine große Zahl Abrollstrecken c und Rotationen hinter sich (anders als bei den Schlaufen der kleinen Welt, bei denen benachbarte Linien sich nur um *eine* Abrollstrecke und um *eine* Rotation unterscheiden!). Annäherungen an „Resonanzen" (= rationale Verhältnisse wu:ro), bei denen Lissajous-Figuren auftreten, ergeben, wenn überhaupt, hier in der großen Welt nur schwach ausgeprägte, kaum erkennbare Dichtezunahmen der Linien. Sie können ungestört durch solche Komplikationen den Dorn völlig bedecken, sich „frei ausbreiten". Die Linien sind Photonen. Anders wird es, wenn sich die Abrolllinie dem wu:ro-Verhältnis ½ nähert, dem Dorntorus der GRÖSSE 2 - ein Photon dem Elektron? Konstante Variation des Verhältnisses (= konstante GRÖSSEN-Änderung) auf beiden Seiten dieses Wertes ergibt eine extrem scharf ausgeprägte Resonanz, ein immer dichter werdendes Band auf der Dorntorus-Oberfläche mit *einem* scharfem Rand. Ebenso bei 2, dem Spiegelbild von ½. Das Photon *zwischen* diesen Werten ist eingesperrt - eingesperrt zwischen zwei Welten. Ganz im Gegensatz zu seinen freien Artgenossen in der großen Welt. Dorthin versperrt ihm das Elektron den Weg, zur kleineren Welt die Nukleonen. Überspringen wir diese, beide, rollen weiter ab über zunehmende Werte des MASSES, treffen wir hin und wieder auf mehr oder weniger scharf ausgeprägte Resonanzen. Dazwischen sind jeweils Stücke der Abrolllinie abgeschnitten - eingesperrt zwischen der größeren und der noch kleineren Welt. Diese Stücke sind Bosonen. Zwischen ganzzahligen Lissajous-Blättern liegend, haben sie feste Länge und festes MASS, was sie, wie wir sehen werden, zu vibrierend schwingender Eigenrotation - zu individuellem Eigenleben - befähigt.

Tausend tiefe Rätsel

Die Analogien - in diesem Stadium natürlich völlig aus der Luft gegriffen - lassen sich beliebig weiterspinnen, doch das zugrundeliegende Verhalten der Abrolllinie läßt sich nicht so leicht nachvollziehbar in Worte fassen. Tausendfach einfacher ist es, sich eine Computersimulation anzusehen, mit der der Weg eines animierten Punktes auf der Oberfläche des dynamisch - nach Vorschrift der „Axiome" - sich verändernden Dorntorus verfolgt wird. Man sieht, wie die (nicht ganz geschlossene!) Abrolllinie zwischen den Resonanzen als Gesamtfigur zu rotieren beginnt, bei jeder Resonanz, auch bei schwachen, den Drehsinn ändernd, gleichsam von ihr reflektiert. Das Verhalten erinnert an die „virtuelle" Rotation eines Speichenrades bei stroboskopischer Beleuchtung. Auf diesbezügliche Details will ich vorerst nicht eingehen.

Ich will mich Rätseln zuwenden - dem Rätsel ***Zeit*** zuerst: Die Meterstäbe der großen Welt sind die Abrollstrecken c. Das Meßgerät für die abrollenden Strecken ist ein Taktgeber, eine Uhr, ein periodisch rotierender (oder schwingender) Vorgang. c ist gleichermaßen Meßeinheit der abgerollten GRÖSSE wie der abgerollten „Zeit" der Uhren. Veränderung der GRÖSSE heißt Veränderung der Zeit. Sie „läuft" - wie c - immer in die gleiche Richtung - die Richtung, in die der Torus abrollt. „Zeitumkehr" hat nichts - aber auch gar nichts! - mit „Geschwindigkeits"-Umkehr zu tun. Diese ist nichts anderes als „Richtungs"-Umkehr! Die Unvereinbarkeit der (klassischen) Dynamik mit der Physik irreversibler Prozesse (Thermodynamik) gründet sich allein auf dieses banale Mißverständnis. Irreversibilität ist zwangsläufige Folge „des Prinzips", genau wie dann auch Kausalität aufeinanderfolgender Konstellationen, ohne auch nur im geringsten die Gültigkeit (klassisch-)dynamischer Gesetze zu beeinträchtigen. Zeitumkehr läßt den Dorntorus in Gegenrichtung abrollen, er gehört dann nicht mehr zur ursprünglichen Welt, ist Teil einer anderen, einer „Antiwelt". Abroll-*Richtung* ist die Zeit. Ihre *Länge* ist die gleiche wie die Länge der GRÖSSEN. Ihr Platz im Bild der großen Welt ist redundant auf dem Meridian eines unendlich großen Dorntorus, der bis in fernste Umgebung von S zur „geraden Linie" entartet. Im Unendlichen öffnet sie ihren trichterförmigen Dorn und kehrt von der anderen Seite kommend wieder zu S zurück, nachdem sie unendlich viele Abrollstrecken c zurückgelegt und unendlich oft rotiert hat. Nur - die Rotation einer Linie bleibt unbemerkt. Die „absolute" Zeit nimmt als asymptotische Größe nicht Teil am Geschehen der Welt. Die „individuelle" Zeit des kleineren Dorntorus ist genauso redundant auf seiner Oberfläche gelegen, wo die (identische!) Abrolllinie ohnehin vorhanden ist. Hält „seine" Zeit an, so stoppt er sein Abrollen - nicht seine Rotation -, und er ist verschwunden. Hält die Zeit global an, ist die ganze Welt unwiederbringlich verschwunden. (Und vielleicht: Entferne ich auch nur ein Schnipselchen einer Abrolllinie, stürzt die ganze Welt in diese neue Lücke ...) - Zeit ist also identifiziert. Sie ist der im Takt der Uhren abgerollten Strecke gleich. Alles, was die Zeit mir zu bieten hat, ist ohne sie im Bild bereits vorhanden. Ich brauche sie nicht mehr. Sie hat jeden Funken Rätselhaftigkeit verloren. Zeit - als Rätsel - ist abgehakt!

Weitere Rätsel: - ***Quantisierung*** aller Größen in einer Welt, die nur aus natürlichen Zahlen besteht, ist kein Thema, *ist* kein Rätsel. Sie ist selbstverständlich, ist natürlich. Hierzu eine Bemerkung am Rande: Die beim Abzählen von GRÖSSE und MASS aufgetauchte Zahlenmenge $\mathbf{Z} = \{\frac{1}{2}n(n+1)\} \subset \mathbf{N}$, $n \in \mathbf{N}$, kommt in der Quantenmechanik verschiedentlich vor, z.B. als Menge der Zahlen, die zum Abzählen der unterscheidbaren Zweiteilchen-Quantenzustände (von Fermionen *oder* Bosonen, wobei eines jeweils Bezugsobjekt des einzigen anderen ist) bei n erlaubten Orten (oder Impulsen) benötigt wird, oder auch zum Abzählen möglicher Spinzustände ... - ***Nichtlokalität*** in einem Raum, in dem alle physikalischen Entitäten in *jedem* seiner Raumpunkte vertreten sind, ist eine seiner fundamentalsten Eigenschaften. Die Idee, darin ein Rätsel zu sehen, kommt gar nicht erst. Dasselbe gilt auch für alle damit zusammenhängenden Begriffe wie Korrelation, Quantenverschränkung, Fernwirkung, EPR-Paradoxa ... - Apropos ***Entitäten*** : Was stellen sie dar im Bild? Wie werden sie physikalisch gedeutet? Die Zwei-Welten-Betrachtung legt die Antwort nahe. *Eine* Entität (*ein* dynamischer Dorntorus) ist die Palette *aller* Teilchenarten, die in ihr (ihm) jeweils *einmal* vorkommen. Photon und Elektron bilden den großen Dorntorus, Nukleonen und Teilchen größerer Masse sowie deren Austauschbosonen den inversen; dazwischen liegt ein „eingesperrtes" (virtuelles) Photon, das zwischen Elektron und Nukleon hin und her reflektiert wird (das „Speichenrad" - s.o. - dreht in der Simulation „virtuell" vibrierend vor und zurück). In einem Raumpunkt, *einem* Punkt S, ist - definitionsgemäß - immer nur *eine* GRÖSSE der Entität vertreten, also niemals verschiedene ihrer Anteile - der Teilchen - zusammen, wohl aber unterschiedliche Anteile verschiedener Entitäten. Die Anzahl der pro Raumpunkt „wirkenden" Teilchen (Fermionen *oder* Bosonen) ist also grundsätzlich gleich der Zahl *aller* Entitäten. Wie sich Teile aus diesem Verbund „Entität" lösen können und als „freie Teilchen" auftreten, steht auf einem anderen Blatt. Doch das Zusammenwirken (*unendlich?*) vieler Dorntori in einem *einzigen* Punkt macht vieles möglich (*alles*, was man braucht!). Vorerst aber will ich das Bild noch nicht allzusehr strapazieren ... Nur zum Begriff ***Wechselwirkung*** dieser Teilchen untereinander - da schon mal die Rede davon ist - noch ein ganz kurzes Wort: Lissajous-Figuren, seien sie nun geschlossen oder nicht, sind wiederum des Rätsels Schlüssel. Wechselwirkung ist das resultierende Muster aller ihrer Überlagerungen im Punkt S.

Rätsels Lösung ?

Wenn ich jetzt behaupte, mit diesem einfachen Prinzip den Schlüssel zur Lösung aller Rätsel in der Hand zu halten, dann steh' ich erst mal *dumm und einfältig* da. Ich bin ja noch gar nicht losgelöst vom alten Raum, habe noch nicht genug vergessen und verdrängt, bin noch nicht tief genug eingedrungen in die neue Welt, und der Weg dorthin ist weit und vielfach verwunden! Ich spiele noch immer mit Entitäten und ihren Eigenschaften, während die Natur *mit mir* auf ganz anderem Niveau zu spielen scheint. Doch - so viel habe ich bereits erspäht - auch dort, auf „höherem" Niveau, hat das Bild noch einiges mehr zu bieten. Ist es erst mal eingefangen - es gelingt schon ansatzweise und für kurz -, und wird der verschachtelte Dorntorusraum ebenso klar gesehen, wie es für den Raum der Anschauung selbstverständlich ist, werden schließlich in seinen Eigenschaften schon bekannte Größen und Begriffe wiederentdeckt, dann wird meine, angesichts der vielen komplizierten Prinzipien, der vielen Naturkonstanten und ungelösten (unlösbaren?) Rätsel, im alten Raum bislang dominierende Einfalt überwunden werden durch das Realisieren der mächtigen Vielfalt aus einem einzigen einfachen Prinzip (zudem konstanter Natur), Naturkonstanten als strukturelle - nicht wie bisher kontingente - Eigenschaften enthaltend.

Hinreichende Anregungen liegen als Bruchstücke bereit zum Zusammensetzen. Wenn dann das Erkennen der Symmetrien im entstehenden Puzzle sich nicht mehr nur auf bloßes Nachvollziehen mathematischer Eigenschaften beschränkt, sondern sich in einem deutlichen, eindeutigen und einheitlichen Gesamtbild manifestiert, das die Stelle des bisherigen Raumes der Anschauung als *Grundlage aller Begriffsbildungen* einnehmen kann, dann fallen auch die weiteren Analogien leicht, nein, mehr als das, dann kann es passieren, daß das *neue* Modell ganz plötzlich in die Rolle der Realität zu schlüpfen scheint, und man amüsiert einige - nur eben nicht alle - seiner vielen Eigenschaften im Euklidischen Modell mit seinen nichteuklidischen Varianten *auch* verwirklicht vorfindet. Relativität zum Beispiel. Doch dies bedarf naturgemäß ein paar der Worte mehr, als ich auf diesen letzten Seiten unterbringen kann. Und auch die Dienste der Mathematik - dann in anderem Rahmen - werde ich beanspruchen müssen, werde komplexe Zahlen (L, M) einführen (GRÖSSE imaginär, MASS reell), deren Beträge mit der Abrolllinie identifizieren, die sich auf großen Tori um die Dorne wickelt, werde für h auch Werte $\gg 1$ zulassen, indem ich Addition des MASSES M definiere (oder vielmehr entdecke), so daß die Spiralen auf dem Dorn immer enger zu liegen kommen, bis die abgerollte GRÖSSE L schließlich gegen Null strebt. Damit werde ich auf ***c als Grenzwert*** stoßen und mit den Beträgen $(M^2 - L^2)^{1/2}$ auch auf wohlbekannte Formeln.

Über diesen Umweg werden sich weitere Größen herauskristallisieren: Ort, Richtung, Bewegung und Geschwindigkeit - Masse, Kraft, Impuls und Energie. Damit kann ich Kinematik betreiben. Natürlich führt die sich selbst skalierende Meßeinheit c zur Lichtgeschwindigkeit c - Photonen als Referenzobjekte sind ja identifiziert -, wenn ich die GRÖSSE c auf das MASS h beziehe. GRÖSSE und MASS sind reziproke Größen, die „Verschränkung“ der großen mit der inversen Welt zum Ausdruck bringend, und fundamentaler als die beiden Größen selbst ist ihr Produkt h·c. MASS h = 1 wird dann zwanglos die Rolle des Wirkungsquantums ħ annehmen ...

Um eines der Versprechen aus DornTorus (1) einzulösen, hier noch ein hochspezialisiertes der kleineren, aber nicht minder tiefen, Rätsel, derer es tausend weitere gibt. Es ist in diesem Stadium nicht tierisch ernst gemeint, eher ein Musterbeispiel für Jonglieren mit Zahlen, aber durchaus als Hinweis zu verstehen, daß mit dem Bild auch recht komplex erscheinende Fragen angegangen werden können: Bei der Bildung der Dupletts des schwachen Isospins - für Quarks (u, d), (c, s), ... - tritt empirisch in grob 5% der Fälle s an die Stelle von d und umgekehrt, d und s sind also jeweils Überlagerungen von d und s. Warum? Die drei „Blätter“ der Quarks u und d sind um 44°40′, 164°40′ und 284°40′ gegenüber dem „Nullmeridian“ des Elektrons verdreht, die vier der c und s um 28°36′, 118°36′, 208°36′ und 298°36′. In (298,6-284,7)/360 der Fälle ist - von der dreiblättrigen Figur kommend - die nächst durchlaufene die vierblättrige, und umgekehrt - von der vierblättrigen kommend - ist entsprechend in (44,7-28,6)/360 der Fälle die dreiblättrige die nächste, das sind 3,9 bzw. 4,5%. Ob das wohl Bedeutung hat?

Die Mathematik zur Beschreibung der Erscheinungen einer komplexen Welt, das Spiel mit Zahlen, wird auch im einfachsten Modell ein Mindestmaß an Komplexität, sprich Kompliziertheit, behalten. Nur das Bild, die Krücke, bleibt durchgehend einfach. Das Bild bleibt stets dasselbe.

Ich nenne dies Konsistenz.

*   *   *

Bild „kommt mit in den Dorn und auf den Trichter!“